

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	4
1 Grundsätzliche Tipps	5
1.1 Erläuterungen zur Schreibweise	5
1.2 Wichtige Tasten	5
1.3 Rechnen mit dem Gerät	6
1.4 Korrekturen der Eingabe	6
1.5 Variablenspeicher	6
1.6 Grad und Bogenmaß	7
1.7 Zurücksetzen des Geräts	7
2 Gleichungen und Gleichungssysteme	8
2.1 Gleichungen lösen	8
2.2 Lineare Gleichungssysteme	10
3 Funktionen untersuchen	13
3.1 Graphische Darstellung	13
3.2 Wertetabellen	14
3.3 Nullstellen berechnen	15
3.4 Schnittstellen berechnen	17
3.5 Extremstellen berechnen	19
3.6 Zeichnen der Ableitung	21
3.7 Wendestellen berechnen	22
3.8 Integrale – Flächenberechnung	23
3.9 Stammfunktion zeichnen	26
3.10 Kurvenscharen	27
3.11 Tangente an die Kurve legen	28
3.12 Regression	29
4 Matrizen	30
5 Die Binomialverteilung	32

Vorwort

Dieses Heft soll eine Einführung in die Rechner TI83 und TI84 bieten. Es will nicht die Bedienungsanleitung ersetzen, sondern an den Stellen anknüpfen, wo Fragen in der Schule entstehen. Daher werden vor allem die für den Unterricht wichtigen Themen behandelt.

Wie arbeitet man mit diesem Buch?

Wenn Sie das Gerät zum ersten Mal in der Hand halten, eignet sich das Buch, um einzelne Kapitel durcharbeiten und so das Gerät näher kennenzulernen. Wenn Sie das Gerät schon kennen und ein konkretes Problem haben, können Sie jederzeit direkt im entsprechenden Kapitel nachschauen.

Am Anfang jedes Kapitels wird kurz erläutert, worum es geht. Außerdem wird gezeigt, wo die entsprechenden Funktionen im Gerät zu finden sind. Anhand eines Beispiels wird das Thema dann konkret behandelt.

Anschließend werden noch Bemerkungen und typische Fehlerquellen aufgelistet.

Wir wünschen Ihnen viel Erfolg mit dem Gerät.

Robert Neumann und Helmut Gruber

1 Grundsätzliche Tipps

1.1 Erläuterungen zur Schreibweise

- Tasteneingaben werden in eckigen Klammern geschrieben, z.B. [sin] für die Sinustaste.
- Ausnahme zugunsten der Lesbarkeit: Klammern und die Tasten der Grundrechenarten sind ohne eckige Klammern gedruckt.
- Eingaben werden in der Regel mit [ENTER] abgeschlossen, dies wird nur dann extra angegeben, wenn es sich nicht aus dem Zusammenhang ergibt.
- Einige Tasten sind mehrfach belegt, diese Mehrfachbelegungen werden mit der gelben 2nd- und der grünen ALPHA-Taste aufgerufen:

2^{nd} [Format] bedeutet, dass man zuerst [2nd] und dann [Zoom] drückt.

$^{\text{A}}$ [D] bedeutet, dass man zuerst [ALPHA] und dann [x^{-1}] drückt.

1.2 Wichtige Tasten

- 2^{nd} [ANS]: Mit dieser Taste ruft man das letzte Ergebnis auf, um weiterzurechnen.
- [MATH]: Mit dieser Taste ruft man das Math-Menü auf, in dem viele mathematische Befehle zu finden sind.
- 2^{nd} [QUIT]: Mit dieser Taste verlässt man die aktuelle Ansicht; diese Taste funktioniert ähnlich wie die «ESC»-Taste an den meisten Computern.
- [DEL] löscht ein Zeichen, [CLEAR] den ganzen Bildschirm.
- [X, T, Θ , n]: Mit dieser Taste gibt man die Variable einer Funktion ein, bei $f(x)$ also das x .
- [,]: Die Kommataste (über der Taste [7]) wird bei Eingaben wie z.B. des Ableitungsbefehls benutzt und hat nichts mit der Taste [.] zu tun, die für Dezimalzahlen benutzt wird.
- Die Minustasten: Der Taschenrechner besitzt zwei Minustasten, einmal [–] und einmal [(-)]. Das «lange» Minus wird bei Berechnungen benutzt, das «kurze» Minus ist das Vorzeichenminus, das benutzt wird, um negative Zahlen einzugeben.
- 2^{nd} [INS]: Wenn Sie eine Eingabe ändern wollen, navigieren Sie zuerst mit den Pfeiltasten zum gewünschten Punkt. Geben Sie nun die neue Zahl ein, wird die bisherige Zahl überschrieben. Wenn Sie vorher 2^{nd} [INS] gedrückt haben, so wird die neue Eingabe eingefügt, ohne das nächste Zeichen zu überschreiben (insert = einfügen).

1.3 Rechnen mit dem Gerät

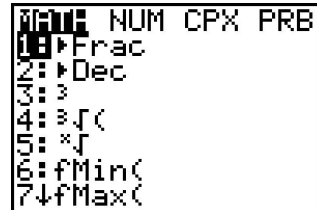
Mit dem Graphikrechner können Sie rechnen wie mit jedem anderen Taschenrechner auch. Das Rechenfenster ist jedoch größer als bei einem herkömmlichen Taschenrechner, so dass mehrere Zeilen untereinander angezeigt werden können.

Die meisten mathematischen Funktionen finden Sie im [MATH]-Menü.

Wichtige Befehle sind:

- ▶ Frac rechnet Dezimalausdrücke in Brüche um.
- ▶ Dec rechnet Brüche in Dezimalausdrücke um.

Mit $\sqrt[x]{}$ berechnet man die x -te Wurzel.



1.4 Korrekturen der Eingabe

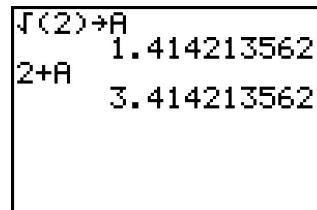
Es ist ohne Schwierigkeiten möglich, eine Eingabe zu ändern. Mit ^{2nd}[ENTRY] kommen Sie wieder zur letzten Eingabe. Wiederholtes Tippen von ^{2nd}[ENTRY] ruft die vorherigen Eingaben auf den Bildschirm.

1.5 Variablenspeicher

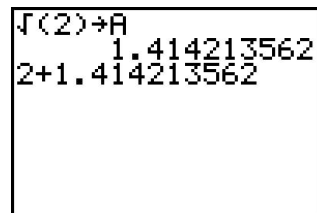
Häufig benutzte Werte oder Ergebnisse lassen sich als Variablen speichern:

Um z.B. den Wert $\sqrt{2}$ als Variable A zu speichern, gibt man [STO \Rightarrow] ^A[A] ein.

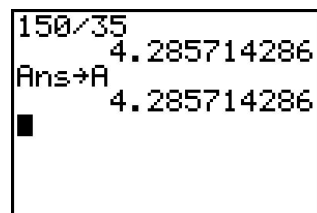
Anschließend kann man mit A rechnen, indem man ^A[A] eingibt.



Wenn Sie mit dem Zahlenwert von A weiterrechnen wollen, geben Sie ^{2nd}[RCL]^A[A] ein. Falls nötig, können Sie den Wert nun noch verändern, der eigentliche Wert der Variablen ändert sich dadurch nicht. (Im Bild rechts wurde die Variable A auf diese Weise eingefügt.)



- Auch Ergebnisse aus Berechnungen können als Variablen gespeichert werden. Dazu reicht es, wenn Sie nach der Berechnung die Tasten [STO \Rightarrow] ^A[A] drücken. (Ans wird automatisch eingefügt.)



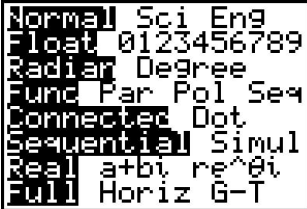
- Um Ergebnisse aus Berechnungen im Grafikfenster als Variablen zu speichern, muss man zuerst das Grafikfenster mit 2nd [QUIT] verlassen. Dann kann man das Ergebnis mit [STO \Rightarrow] speichern.
- Es können alle Buchstaben mit Variablen belegt werden. Die Speichervariable B wird mit [STO \Rightarrow] A [B] belegt usw.

1.6 Grad und Bogenmaß

Es gibt zwei wichtige Winkelmaße: Grad (Degree) und Bogenmaß (Radian). Die Einstellung «Grad» wird für alle Dreiecks- und Winkelberechnungen in der Geometrie verwendet. Das Bogenmaß hingegen für trigonometrische Funktionen.

Die Winkelmaße werden über [MODE] eingestellt.

Wichtig: Nach einem Reset ist das Gerät auf Bogenmaß (Radian) eingestellt. Wenn Sie Berechnungen in der Geometrie durchführen wollen, müssen Sie das Gerät vorher umstellen.



```

Normal Sci Eng
Float 0123456789
Radian Degree
Func Par Pol Seq
Connected Dot
Sequential Simul
Real a+bi re^ti
Full Horiz G-T
  
```

1.7 Zurücksetzen des Geräts

Wenn das Gerät aus irgendwelchen Gründen Probleme macht und Sie nicht weiterkommen, hilft ein Reset meistens weiter. Dazu gibt man ein: 2nd [MEM] \rightarrow Reset \rightarrow All RAM \rightarrow Reset.

2 Gleichungen und Gleichungssysteme

2.1 Gleichungen lösen

Der GTR bietet eine Funktion zum Gleichungslösen. Es ist aber oft sinnvoller die Gleichung über das Grafikfenster zu lösen, da man auf diese Art einen besseren Überblick behält. Dazu stellt man zuerst die Gleichung nach Null um, gibt sie im Funktioneneditor ein und bestimmt die Nullstellen des zugehörigen Graphen.

Beispiel 1

Gesucht sind die Lösungen der Gleichung $x^4 - 12x - 5 = 3$.

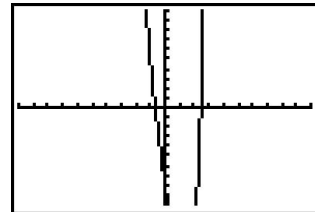
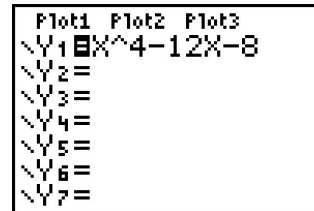
Zuerst stellen Sie die Gleichung nach Null um:

$$x^4 - 12x - 8 = 0$$

Nun wechseln Sie in den Funktioneneditor [Y=] und geben die Gleichung in der Zeile Y1 = als Funktion ein:

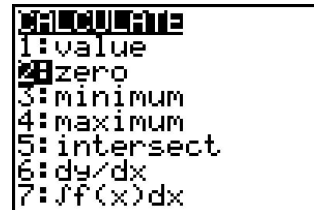
$$Y1 = x^4 - 12x - 8$$

Um den Graph der Funktion zu zeichnen, benutzen Sie die blaue Taste [GRAPH].



Die Nullstellen der Kurve werden nun mit 2^{nd} [CALC] → zero bestimmt. (Eine genaue Anleitung finden Sie auf Seite 15.)

Die Lösungen der Gleichung $x^4 - 12x - 5 = 3$ sind also $x_1 \approx -0,65$ und $x_2 \approx 2,47$



! Mit Hilfe des GTR finden Sie nicht automatisch alle Lösungen, sondern nur die Lösungen im Ausschnitt des Grafikfensters. Mehr dazu im zweiten Beispiel.

- Jede Lösung der Gleichung, d.h. jede Nullstelle muss einzeln bestimmt werden.
- Eine weitere Methode ist, die linke Seite der Gleichung bei Y1 = einzutragen und die rechte Seite bei Y2 =. Die Lösungen der Gleichung sind die Schnittstellen der beiden Kurven; diese berechnen Sie mit 2^{nd} [CALC] → intersect. Die Funktionswerte an diesen Stellen haben keine Bedeutung.
- Eine dritte Möglichkeit, Gleichungen zu lösen besteht über die Solver-Funktion im Menü [MATH]. Dabei bestehen jedoch die folgenden Einschränkungen:
 - Die Lösung der Gleichung muss geschätzt werden.
 - Es gibt wenig Anhaltspunkte, ob noch weitere Lösungen existieren.

Beispiel 2

Gesucht ist die Lösung der Gleichung $0,1x^3 - 5x - 13 = -0,5x^2 - 16$.

Zuerst stellen Sie die Gleichung nach Null um:

$$0,1x^3 + 0,5x^2 - 5x + 3 = 0$$

Nun wechseln Sie in den Funktioneditor und geben die Gleichung in der Zeile Y1 = als Funktion ein:

$$Y1 = 0,1x^3 + 0,5x^2 - 5x + 3.$$

Um den Graph zu zeichnen verwenden Sie die blaue Taste [Graph].

Im Grafikfenster kann man vermuten, dass links noch eine weitere Nullstelle vorhanden ist¹.

Die linke Grenze des Anzeigebereichs wird daher mit [WINDOW] auf $x = -20$ gesetzt.

Im neuen Anzeigebereich sind nun alle drei Nullstellen zu sehen.

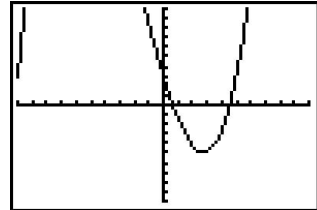
Die Nullstellen der Kurve werden nun durch Eingabe von 2^{nd} [CALC] \rightarrow zero bestimmt. Dabei müssen Sie die linke und rechte Grenze wählen und bei Guess einen geschätzten Wert eingeben.

Lösungen der Gleichung $0,1x^3 + 0,5x^2 - 5x + 3 = 0$ sind also $x_1 \approx -10,19$, $x_2 \approx 0,65$ und $x_3 \approx 4,55$.

```

Plot1 Plot2 Plot3
\Y1=0.1X^3+.5X^2-
5X+3
\Y2=
\Y3=
\Y4=
\Y5=
\Y6=

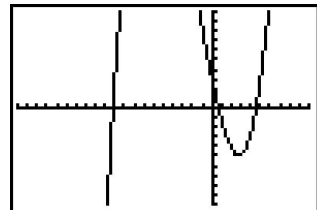
```



```

WINDOW
Xmin=-20
Xmax=10
Xscl=1
Ymin=-10
Ymax=10
Yscl=1
Xres=1

```



```

CALCULATE
1:value
2:zero
3:minimum
4:maximum
5:intersect
6:dy/dx
7:∫f(x)dx

```

¹Da es sich um eine Funktion 3. Grades handelt, ist klar, dass es noch eine Nullstelle geben muss, nicht alle Gleichungen sind aber so eindeutig.

2.2 Lineare Gleichungssysteme

Lineare Gleichungssysteme können mit dem TI83 bzw. TI84 nicht direkt gelöst werden. Allerdings kann man das Gleichungssystem als Matrix schreiben und die Matrix mit dem rref-Befehl² umformen. Beim Umformen der Matrix können drei Fälle auftreten:

1. Die Spalte ganz rechts enthält Werte und links davon stehen nur auf der Diagonalen Einsen: Die Zahlen in der Spalte rechts sind die Lösung des LGS.
2. Die unterste Zeile enthält nur Nullen: Es gibt unendlich viele Lösungen.
3. Die unterste Zeile enthält nur Nullen und ganz rechts eine Eins: Es gibt keine Lösung.

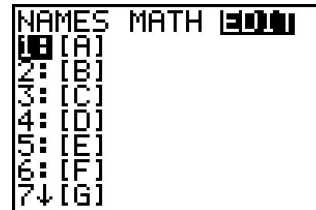
Beispiel 1

Gesucht sind die Lösungen des folgenden linearen Gleichungssystems:

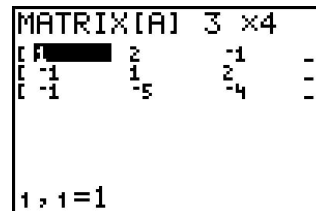
$$\begin{array}{rclcl} x_1 & + & 2x_2 & - & x_3 & = & 8 \\ -x_1 & + & x_2 & + & 2x_3 & = & 0 \\ -x_1 & - & 5x_2 & - & 4x_3 & = & -12 \end{array}$$

Die Koeffizienten des Gleichungssystems werden als Matrix geschrieben und diese dann mit dem Befehl 2^{nd} [MATRX] → MATH → rref umgeformt:

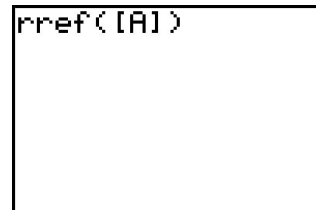
Zuerst müssen Sie das Gleichungssystem als Matrix eingeben. Die gewünschte Matrix wählen Sie aus mit 2^{nd} [MATRX] → EDIT → A → [ENTER]



Die Größe von Matrizen wird immer als «Zeile × Spalte» angegeben (das × wird als «kreuz» ausgesprochen), Sie benötigen also eine 3 × 4-Matrix. Nun geben Sie die Koeffizienten der Matrix ein.



Um die Matrix umzuformen, kehren Sie zuerst mit 2^{nd} [QUIT] zum Rechenfenster zurück. Nun geben Sie ein: 2^{nd} [MATRX] → MATH → rref(und anschließend 2^{nd} [MATRX] → [A] → [)] → [ENTER]



²rref bedeutet reduced row echelon form. Die Matrix wird dabei so umgeformt, dass die Spalte ganz rechts noch Einträge enthält, die restliche Matrix sollte nach Möglichkeit nur Einsen auf der Hauptdiagonalen enthalten.

Das Ergebnis sollte so aussehen, wie rechts abgebildet.
 Dort steht nun $1 \cdot x_1 = 1$, $1 \cdot x_2 = 3$ und $1 \cdot x_3 = -1$.
 Also lautet die Lösungsmenge für das lineare Gleichungssystem $L = \{(1; 3; -1)\}$.

```
rref([A])
[[1 0 0 1 ]
 [0 1 0 3 ]
 [0 0 1 -1]]
```

Beispiel 2

Gesucht ist die Lösung des folgenden linearen Gleichungssystems:

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 - x_3 &= 4 \\ -x_1 + 2x_2 - 3x_3 &= 6 \\ 2x_1 + 4x_2 - 2x_3 &= 8 \end{aligned}$$

Das lineare Gleichungssystem wird wie im ersten Beispiel als Matrix geschrieben und mit dem rref-Befehl gelöst:

Als Lösung ergibt sich nebenstehende Matrix.

Die Leerzeile bedeutet, dass es unendlich viele Lösungen gibt. Zum Bestimmen der Lösungsmenge gehen Sie genau so vor, als wenn Sie das Gleichungssystem «von Hand» lösen würden:

```
rref([A])
[[1 0 1 -1 ]
 [0 1 -1 2.5]
 [0 0 0 0 ]]
```

Die umgeformte Matrix entspricht folgendem Gleichungssystem:

$$\begin{aligned} \text{I} \quad x_1 &+ x_3 = -1 \\ \text{II} \quad &x_2 - x_3 = 2,5 \\ \text{III} \quad 0x_1 + 0x_2 + 0x_3 &= 0 \end{aligned}$$

Man setzt nun z.B. $x_3 = t$ und setzt dies in die beiden oberen Gleichungen ein:

$$\begin{aligned} \text{I} \quad x_1 &+ t = -1 \\ \text{II} \quad &x_2 - t = 2,5 \end{aligned}$$

Auflösen von Gleichung II nach x_2 führt zu: $x_2 = t + 2,5$.

Nun wird Gleichung I nach x_1 aufgelöst: $x_1 = -t - 1$. Damit ist die Lösungsmenge:

$$L = \{(-t - 1; t + 2,5; t) \mid t \in \mathbb{R}\}.$$

Beispiel 3

Gesucht ist die Lösung des folgenden linearen Gleichungssystems:

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 + x_3 &= 4 \\ -x_1 - 4x_2 + x_3 &= 7 \\ 2x_1 + 8x_2 - 2x_3 &= 8 \end{aligned}$$

Das lineare Gleichungssystem wird wie in den beiden vorangehenden Beispielen als Matrix geschrieben und mit dem rref-Befehl gelöst:

Als Lösung ergibt sich nebenstehende Matrix.

In der letzten Zeile steht ein Widerspruch, denn diese

Zeile entspricht der Gleichung $0 + 0 + 0 = 1$.

Daher hat dieses Gleichungssystem keine Lösung; man kann dazu auch sagen, dass die Lösungsmenge leer ist:

$L = \{ \}$

```
rref([A])
[[1 0 3 0]
 [0 1 -1 0]
 [0 0 0 1]]
```

- Mit [MATH] → Frac kann man die gesamte (Ergebnis-) Matrix in Brüche umwandeln; das ist hilfreich, wenn die Ergebnisse aus Dezimalzahlen bestehen.

3 Funktionen untersuchen

3.1 Graphische Darstellung

- Um eine Funktion graphisch darzustellen wird diese zuerst im Funktioneneditor eingegeben. In diesen gelangt man mit der blauen [Y =]-Taste. Angezeigt wird sie im Grafikfenster mit [GRAPH]. Der Anzeigebereich wird mit [Window] ausgewählt.

Beispiel

Gesucht ist der Graph der Funktion $f(x) = -x^3 + 4x + 2$.

Zuerst geben Sie die Funktion im Funktioneneditor in der ersten Zeile Y1 = ein: $-x^3 + 4x + 2$

```

Plot1 Plot2 Plot3
\Y1= -X^3+4X+2
\Y2=
\Y3=
\Y4=
\Y5=
\Y6=
\Y7=

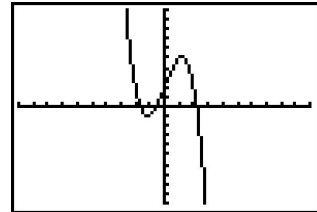
```

Um den Graph zu zeichnen, verwenden Sie die blaue Taste [GRAPH].

Um das Grafikfenster einzustellen, wählen Sie [WINDOW]: Die Werte von Xmin und Xmax sind dabei die größten und kleinsten verwendeten Werte der x-Achse bzw. der y-Achse.

Xscl gibt an, in welchem Abstand die Markierungen auf der Achse gesetzt werden.

Mit [ZOOM] → ZStandard setzen Sie das Grafikfenster auf die Standardwerte zurück (siehe rechts).



```

WINDOW
Xmin=-10
Xmax=10
Xscl=1
Ymin=-10
Ymax=10
Yscl=1
Xres=1

```

- Um die Größe des Grafikfensters zu ändern, benutzen Sie entweder [WINDOW] oder die Zoom-Funktionen mit [ZOOM].
- Einzelne Funktionen können Sie ein- und ausblenden, indem Sie mit dem Cursor im Funktioneneditor auf das Gleichheitszeichen vor der Funktion gehen und [ENTER] drücken. Es werden nur die Funktionen gezeichnet, deren Gleichheitszeichen schwarz hinterlegt ist.
- Wenn Sie mit dem Cursor im Funktioneneditor ganz nach links laufen und [ENTER] drücken, können Sie verschiedene Linientypen für die einzelnen Kurven auswählen.
- Im Grafikfenster können Sie mit [TRACE] auf der Kurve «laufen»: zwischen zwei Kurven wechseln Sie mit den Tasten [▲] und [▼].