

# Inhaltsverzeichnis

<b>Vorwort</b>	<b>4</b>
<b>1 Grundsätzliche Tipps</b>	<b>5</b>
1.1 Erläuterungen zur Schreibweise . . . . .	5
1.2 Die Menüstruktur . . . . .	5
1.3 Wichtige Tasten . . . . .	5
1.4 Rechnen mit dem Gerät . . . . .	6
1.5 Bearbeiten und Korrigieren der Eingaben . . . . .	6
1.6 Variablenspeicher . . . . .	7
1.7 Grad und Bogenmaß . . . . .	7
1.8 Zurücksetzen des Geräts . . . . .	7
<b>2 Gleichungen und Gleichungssysteme</b>	<b>8</b>
2.1 Quadratische und kubische Gleichungen lösen . . . . .	8
2.2 Allgemeine Gleichungen lösen . . . . .	9
2.3 Lineare Gleichungssysteme . . . . .	11
<b>3 Funktionen untersuchen</b>	<b>14</b>
3.1 Grafische Darstellung . . . . .	14
3.2 Wertetabellen . . . . .	16
3.3 Nullstellen berechnen . . . . .	17
3.4 Schnittstellen berechnen . . . . .	18
3.5 Extremstellen berechnen . . . . .	19
3.6 Zeichnen der Ableitung . . . . .	20
3.7 Wendestellen berechnen . . . . .	21
3.8 Integrale – Flächenberechnung . . . . .	22
3.9 Stammfunktion zeichnen . . . . .	25
3.10 Kurvenscharen . . . . .	26
3.11 Kurvenscharen dynamisch darstellen . . . . .	28
3.12 Tangente an die Kurve legen . . . . .	29
3.13 Regression . . . . .	30
<b>4 Matrizen</b>	<b>31</b>
<b>5 Die Binomialverteilung</b>	<b>32</b>

## Vorwort

Dieses Heft soll eine Einführung in die Grafiktaschenrechner der Serie *fx-9860G* bieten. Es will nicht die Bedienungsanleitung ersetzen, sondern an den Stellen anknüpfen, wo Fragen in der Schule entstehen. Daher werden vor allem die für den Unterricht wichtigen Themen behandelt.

In diesem Buch wird die Softwareversion 2.00 verwendet, die auf dem *fx-9860GII* bzw. dem *fx-9860GII SD* bereits vorinstalliert ist. Für Geräte der Serie *fx-9860G* gibt es unter [www.casio-schulrechner.de/de/downloads](http://www.casio-schulrechner.de/de/downloads) ein kostenloses Update.

Aus technischen Gründen ist die Bildschirmsprache der Screenshots englisch, dies schränkt die Benutzung nicht wesentlich ein.

### Wie arbeitet man mit diesem Heft?

Wenn Sie das Gerät zum ersten Mal in der Hand halten, eignet sich das Heft, um einzelne Kapitel durcharbeiten und so den Rechner näher kennenzulernen. Wenn Sie das Gerät schon kennen und eine konkrete Fragestellung haben, können Sie jederzeit direkt im entsprechenden Kapitel nachlesen.

Zu Beginn jedes Kapitels wird kurz erläutert, worum es geht. Außerdem wird gezeigt, wo die entsprechenden Funktionen im Gerät zu finden sind. Anhand eines Beispiels wird das Thema dann konkret behandelt.

Anschließend werden noch Bemerkungen und typische Fehlerquellen aufgelistet.

Wir wünschen Ihnen viel Erfolg mit dem Gerät.

Robert Neumann und Helmut Gruber

# 1 Grundsätzliche Tipps

## 1.1 Erläuterungen zur Schreibweise

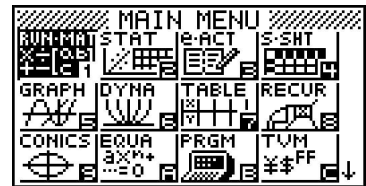
- Tasteneingaben werden in eckigen Klammern geschrieben, z.B. [sin] für die Sinustaste.
- Ausnahme zugunsten der Lesbarkeit: Die Tasten der Grundrechenarten sind ohne eckige Klammern gedruckt. Für [AC/ON] wird aus Platzgründen nur [AC] geschrieben.
- Tastenfolgen für einen Befehl werden mit → bezeichnet, z.B. JUMP → TOP.
- Eingaben werden in der Regel mit [EXE] abgeschlossen.
- Einige Tasten sind mehrfach belegt, diese Mehrfachbelegung wird mit der gelben SHIFT- und der roten ALPHA-Taste aufgerufen:

<sup>S</sup> [SET UP] bedeutet, dass man zuerst [SHIFT] und dann [MENU] drückt.

<sup>A</sup> [D] bedeutet, dass man zuerst [ALPHA] und dann [sin] drückt.

## 1.2 Die Menüstruktur

Die Navigation zwischen den unterschiedlichen Anwendungsbereichen des Geräts erfolgt über das Hauptmenü. Dieses wird mit [MENU] aufgerufen. Die einzelnen Menüpunkte können entweder durch Drücken von [EXE] aufgerufen werden oder durch Drücken der entsprechenden Zifferntaste, also z.B. der Taste [1] für das Rechenfenster (RUN · MAT)



- In das Hauptmenü gelangt man nur mit der [MENU]-Taste und nicht durch [EXIT].

## 1.3 Wichtige Tasten

- [MENU]: Mit dieser Taste gelangt man in das Hauptmenü.
- [EXIT]: Mit dieser Taste verlässt man die aktuelle Ansicht. Diese Taste funktioniert ähnlich wie die «ESC»-Taste am Computer.

**Tipp:** Wenn Sie nicht sicher sind, wie man eine aktuelle Ansicht wieder verlässt, hilft die EXIT-Taste meist weiter!

- [OPTN]: Mit dieser Taste ruft man weitere mögliche Befehle auf, diese werden am unteren Bildschirmrand angezeigt und mit [F1] bis [F6] ausgewählt.

- [VARS]: Mit dieser Taste erhält man Zugriff auf die Variablen (aus anderen Anwendungen)
- [X,  $\Theta$ , T]: Mit dieser Taste gibt man die Variable einer Funktion ein, bei  $f(x)$  also das  $x$ .
- [F  $\leftrightarrow$  D]: Mit dieser Taste wechselt man zwischen Bruch- und Dezimalansicht.
- [DEL] löscht ein Zeichen (allerdings nach «links»), [AC] die jeweilige Zeile.
- [, ]: Die Kommataste (über der Taste [DEL]) wird bei Eingaben wie z.B. des Ableitungsbefehls benutzt und hat nichts mit der Taste [.] zu tun, die für Dezimalzahlen benutzt wird.
- <sup>S</sup>[ANS]: Mit dieser Taste ruft man das letzte Ergebnis auf, um weiterzurechnen.
- Die Minustasten: Der Rechner besitzt zwei Minustasten, einmal [-] und einmal [(-)]. Das «lange» Minus wird bei Berechnungen benutzt, das «kurze» Minus ist das Vorzeichenminus, das benutzt wird, um negative Zahlen einzugeben.
- Die Tasten [F1] bis [F6] sind sog. Funktionstasten. Je nach Bildschirm haben sie eine andere Funktion. Das jeweilige Funktionsmenü wird am unteren Bildschirmrand angezeigt.

### 1.4 Rechnen mit dem Gerät

Mit dem Grafikrechner können Sie rechnen wie mit jedem anderen Taschenrechner auch. Das Rechenfenster ist jedoch größer als bei einem herkömmlichen Taschenrechner, so dass mehrere Zeilen untereinander angezeigt werden können.

Eine weitere Besonderheit ist das Bildschirmmenü am unteren Bildschirmrand. Die einzelnen Menüpunkte lassen sich mit den grauen Funktionstasten [F1] bis [F6] aufrufen.

Gibt es rechts noch weitere Menüpunkte, wird am rechten Rand das Symbol  $\triangleright$  angezeigt.

Im Rechenfenster befinden sich 4 Menüpunkte am unteren Bildschirmrand<sup>1</sup>: Mit JUMP kann man im Fenster navigieren. DEL bietet die Möglichkeit, eine Zeile oder den ganzen Bildschirminhalt zu löschen. Mit  $\blacktriangleright$  MAT gelangt man zur Matrizenberechnung. MATH bietet verschiedene mathematische Funktionen an.



### 1.5 Bearbeiten und Korrigieren der Eingaben

Es ist ohne Schwierigkeiten möglich, eine Eingabe zu ändern. Mit [ $\blacktriangle$ ] kommt man wieder zur letzten Eingabe. Durch wiederholtes Drücken von [ $\blacktriangle$ ] gelangt man weiter nach oben. Mit [ $\blacktriangleleft$ ] und [ $\blacktriangleright$ ] navigiert man in der Eingabezeile horizontal.

Eine *Eingabezeile* kann in die Zwischenablage mit <sup>S</sup>[CLIP]  $\rightarrow$  CPY  $\cdot$  L kopiert werden. Eingefügt wird sie über <sup>S</sup>[PASTE]. (Mit Ergebniszeilen ist dies nicht möglich.)

---

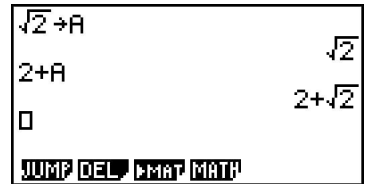
<sup>1</sup>Bei älteren Geräten, die per Update auf die Softwareversion 2.00 gebracht wurden, muss man dazu zuerst bei <sup>S</sup>[SET UP]  $\rightarrow$  Input/Output die Einstellung Math wählen.

## 1.6 Variablenspeicher

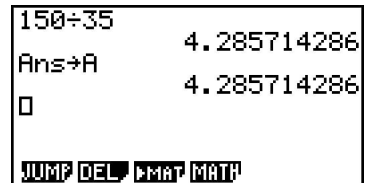
Häufig benutzte Werte oder Ergebnisse lassen sich als Variablen speichern:

Um z.B. den Wert  $\sqrt{2}$  als Variable A zu speichern, gibt man  $[\rightarrow] \wedge [A]$  ein und bestätigt mit [EXE].

Anschließend kann man mit A rechnen, indem man  $\wedge [A]$  eingibt.



- Auch Ergebnisse aus Berechnungen können als Variablen gespeichert werden. Dazu reicht es, wenn Sie nach der Berechnung die Tasten  $[\rightarrow] \wedge [A]$  drücken. (Ans wird automatisch eingefügt.)



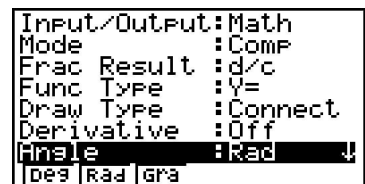
- Es können alle Buchstaben mit Variablen belegt werden. Die Speichervariable B wird mit  $[\rightarrow] \wedge [B]$  belegt usw.

## 1.7 Grad und Bogenmaß

Es gibt zwei wichtige Winkelmaße: Grad (Deg) und Bogenmaß (Rad). Die Einstellung «Grad» wird für alle Dreiecks- und Winkelberechnungen in der Geometrie verwendet. Das Bogenmaß «Rad» hingegen für trigonometrische Funktionen. Das Winkelmaß «Gra» wird vor allem in der Vermessungstechnik benutzt.

Die Winkelmaße werden über  $S$  [SET UP] und die Tasten Deg, Rad und Gra eingestellt.

**Wichtig:** Nach einem Reset ist das Gerät auf Bogenmaß (Rad) eingestellt. Wenn Sie Berechnungen in der Geometrie durchführen wollen, müssen Sie das Gerät vorher auf Grad (Deg) umstellen.



## 1.8 Zurücksetzen des Geräts

Wenn das Gerät Probleme macht und man überhaupt nicht weiterkommt, hilft ein Reset meistens weiter. Im Hauptmenü wählt man: SYSTEM  $\rightarrow$  Reset  $\rightarrow$   $\triangleright$

Mit M&S  $\rightarrow$  Yes wird ein Reset durchgeführt, bei dem die Add-Ins (zusätzlich installierte Programme) erhalten bleiben.

Mit ALL  $\rightarrow$  Yes wird ein Gesamreset durchgeführt, bei dem alles gelöscht wird.

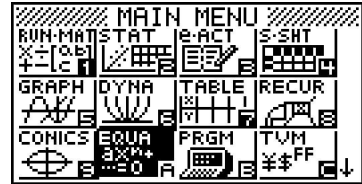
Sollte auch die Tastatur nicht mehr reagieren, befindet sich auf der Geräterückseite ein Resetknopf.

## 2 Gleichungen und Gleichungssysteme

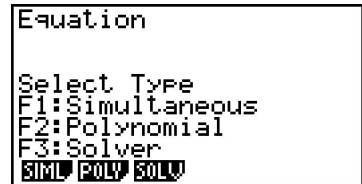
Der GTR besitzt eine Gleichungslöser-Anwendung. Diese Anwendung eignet sich aber vor allem, wenn es darum geht, quadratische und kubische Gleichungen zu lösen. Allgemeine Gleichungen löst man besser über das Grafikfenster, da man auf diese Weise einen besseren Überblick über die Anzahl der Lösungen behält.

### 2.1 Quadratische und kubische Gleichungen lösen

Quadratische und kubische Gleichungen werden mit dem Gleichungslöser gelöst. Diesen rufen Sie im Hauptmenü mit EQUA auf.



Im nächsten Schritt wählen Sie mit [F2] Polynomial, also Polynomgleichungen aus.



Nun müssen Sie noch den Grad des Polynoms auswählen: Bei einer quadratischen Gleichung also 2, bei einer kubischen Gleichung (höchster Exponent) entsprechend 3 und bei einer Gleichung, die  $x^4$  enthält, wählen Sie 4.



### Beispiel

Gesucht sind die Lösungen der Gleichung  $2x^2 + 3x + 3 = 4$ .

Zuerst stellen Sie die Gleichung nach Null um:

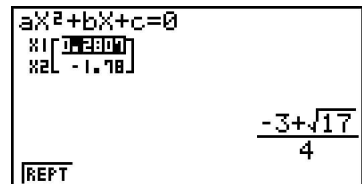
$$2x^2 + 3x - 1 = 0$$

Nun wählen Sie die Funktion zum Lösen von Polynomgleichungen mit Grad 2 aus und geben die Koeffizienten ein. Mit SOLV wird die Gleichung gelöst.



Die Lösungen werden nun angezeigt.

Zusätzlich wird rechts die exakte Lösung angezeigt. Mit REPT oder [EXIT] gelangen Sie wieder zurück zur Eingabe.



- ! Mit dieser Funktion lassen sich nur Polynomgleichungen lösen. Das sind Ausdrücke, die  $x$ ,  $x^2$ ,  $x^3$ , usw. enthalten, aber sonst keine mathematischen Ausdrücke wie  $\sin$ ,  $e^x$  oder Wurzeln.
- ! Nur mit der Polynomial-Funktion werden automatisch alle Nullstellen (Lösungen) eines Polynoms ermittelt. Mit Allgemeine Lösung bzw. Solver, d.h. [F3] wird immer nur eine Lösung bestimmt.
- Mit CLR löschen Sie alle Koeffizienten.

## 2.2 Allgemeine Gleichungen lösen

Um allgemeine Gleichungen zu lösen, ist es oft sinnvoller, die Gleichung über das Grafikfenster zu lösen. Dazu stellt man zuerst die Gleichung nach Null um, gibt sie im Grafikeditor ein und bestimmt die Nullstellen des zugehörigen Graphen.

### Beispiel

Gesucht sind die Lösungen der Gleichung  $\sqrt{x+2} \cdot x^2 + 1 = 2$ .

Zuerst stellen Sie die Gleichung nach Null um:

$$\sqrt{x+2} \cdot x^2 - 1 = 0$$

Nun wechseln Sie im Hauptmenü in den Grafikeditor GRAPH und geben die Gleichung in der Zeile Y1: als Funktion ein:  $Y1 = \sqrt{x+2} \cdot x^2 - 1$ .

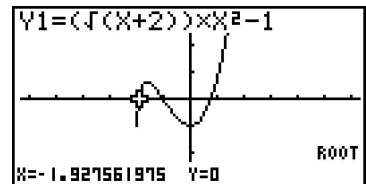
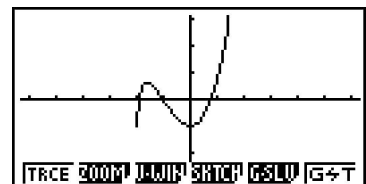
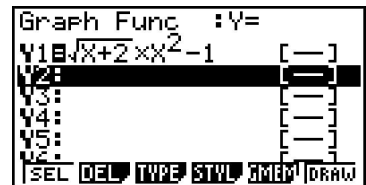
Funktion ein:  $Y1 = \sqrt{x+2} \cdot x^2 - 1$ .

Die Eingabe wird mit [EXE] abgeschlossen. Mit DRAW wechseln Sie nun ins Grafikfenster.

Mit  $\overset{S}{[G - Solv]} \rightarrow \text{ROOT}$  berechnen Sie die Nullstellen. (Eine genaue Anleitung finden Sie auf Seite 17.)

Die Nullstellen der Kurve werden nun angezeigt. Mit  $[\blacktriangleright]$  und  $[\blacktriangleleft]$  können Sie zwischen den einzelnen Nullstellen wechseln.

Die Lösungen der Gleichung  $\sqrt{x+2} \cdot x^2 + 1 = 2$  sind also  $x_1 \approx -1,93$ ,  $x_2 = -1$  und  $x_3 \approx 0,77$ .



- ! Auch mit dieser Methode findet man nicht *automatisch* alle Lösungen, sondern nur die Lösungen im Ausschnitt des Grafikfensters. Von daher kann es hilfreich sein, das Grafikfenster zu vergrößern.
- Eine weitere Methode ist, die linke Seite der Gleichung bei Y1: einzutragen und die rechte Seite bei Y2: Die Lösungen der Gleichung sind die Schnittstellen der beiden Kurven; dies

berechnet man mit  $S[G\text{-Solv}] \rightarrow \text{ISCT}$ . Die Funktionswerte an diesen Stellen haben keine Bedeutung.

- Die dritte Möglichkeit, Gleichungen zu lösen, besteht über die «Allgemeine-Lösung»-Funktion bei EQUA. Dabei bestehen jedoch die folgenden Einschränkungen:
  - Die Lösung der Gleichung muss geschätzt werden.
  - Es gibt wenig Anhaltspunkte, ob nur eine oder noch weitere Lösungen existieren.

## 2.3 Lineare Gleichungssysteme

Lineare Gleichungssysteme können zwar über die eingebaute Gleichungslöseanwendung gelöst werden, jedoch berechnet diese Anwendung nur Lösungen von eindeutig lösbaren Gleichungssystemen. Daher ist es sinnvoller, das Gleichungssystem im Rechenfenster als Matrix zu schreiben und die Matrix mit dem Rref-Befehl<sup>2</sup> umzuformen.

Beim Umformen der Matrix können drei Fälle auftreten:

1. Die Spalte ganz rechts enthält Werte und links davon stehen nur auf der Diagonalen Einsen: Die Zahlen in der Spalte rechts sind die Lösung des LGS.
2. Die unterste Zeile enthält nur Nullen: Es gibt unendlich viele Lösungen.
3. Die unterste Zeile enthält nur Nullen und ganz rechts eine Eins: Es gibt keine Lösung.

### Beispiel 1

Gesucht ist die Lösung des folgenden linearen Gleichungssystems:

$$\begin{array}{rclcl} x_1 & + & 2x_2 & - & x_3 & = & 8 \\ -x_1 & + & x_2 & + & 2x_3 & = & 0 \\ -x_1 & - & 5x_2 & - & 4x_3 & = & -12 \end{array}$$

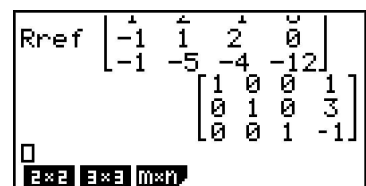
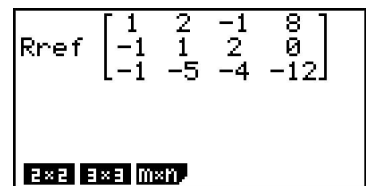
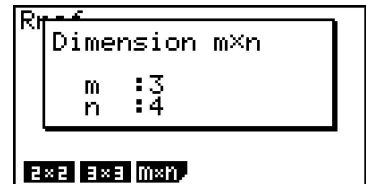
Die Koeffizienten des Gleichungssystems werden als Matrix geschrieben und mit dem Befehl [OPTN] → MAT → ▷ → Rref umgeformt:

Zuerst wird der Rref-Befehl eingefügt, anschließend wechseln Sie durch das zweimalige Tippen von [EXIT] wieder zum Rechenfenster zurück. Über MATH → MAT →  $m \times n$  wird nun die Matrix eingefügt.

Die Größe von Matrizen wird immer als «Zeile × Spalte» angegeben (das × wird als «kreuz» ausgesprochen), Sie benötigen also eine  $3 \times 4$ -Matrix. Anschließend geben Sie die Koeffizienten der Matrix ein.

Mit [EXE] wird der Befehl ausgeführt. Das Ergebnis sollte so aussehen, wie rechts abgebildet. Dort steht nun  $1 \cdot x_1 = 1$ ,  $1 \cdot x_2 = 3$  und  $1 \cdot x_3 = -1$ .

Also lautet die Lösungsmenge für das lineare Gleichungssystem  $L = \{(1; 3; -1)\}$ .



<sup>2</sup>Rref bedeutet reduced row echelon form. Die Matrix wird dabei so umgeformt, dass die Spalte ganz rechts noch Einträge enthält, die restliche Matrix sollte nach Möglichkeit nur Einsen auf der Hauptdiagonalen enthalten.

## Beispiel 2

Gesucht ist die Lösung des folgenden linearen Gleichungssystems:

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 - x_3 &= 4 \\ -x_1 + 2x_2 - 3x_3 &= 6 \\ 2x_1 + 4x_2 - 2x_3 &= 8 \end{aligned}$$

Das lineare Gleichungssystem wird wie im ersten Beispiel als Matrix geschrieben und mit dem Rref-Befehl gelöst:

Als Lösung ergibt sich nebenstehende Matrix.

Die Leerzeile bedeutet, dass es unendlich viele Lösungen gibt. Zum Bestimmen der Lösungsmenge gehen Sie genau so vor, als wenn Sie das Gleichungssystem «von Hand» lösen würden:

Die umgeformte Matrix entspricht folgendem Gleichungssystem:

$$\begin{aligned} \text{I} \quad x_1 &+ x_3 &= -1 \\ \text{II} \quad &x_2 - x_3 &= 2,5 \\ \text{III} \quad 0x_1 + 0x_2 + 0x_3 &= 0 \end{aligned}$$

Sie setzen nun z.B.  $x_3 = t$  und setzen dies in die beiden ersten Gleichungen ein:

$$\begin{aligned} \text{I} \quad x_1 &+ t &= -1 \\ \text{II} \quad &x_2 - t &= 2,5 \end{aligned}$$

Auflösen von Gleichung II nach  $x_2$  führt zu:  $x_2 = t + 2,5$ .

Nun wird Gleichung I nach  $x_1$  aufgelöst:  $x_1 = -t - 1$ . Damit ist die Lösungsmenge:

$$L = \{(-t - 1; t + 2,5; t) \mid t \in \mathbb{R}\}.$$

## Beispiel 3

Gesucht ist die Lösung des folgenden linearen Gleichungssystems:

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 + x_3 &= 4 \\ -x_1 - 4x_2 + x_3 &= 7 \\ 2x_1 + 8x_2 - 2x_3 &= 8 \end{aligned}$$

Das lineare Gleichungssystem wird wie in den beiden vorangehenden Beispielen als Matrix geschrieben und mit dem Rref-Befehl gelöst:

Als Lösung ergibt sich nebenstehende Matrix.

In der letzten Zeile steht ein Widerspruch, denn diese Zeile entspricht der Gleichung  $0 + 0 + 0 = 1$ .

Daher hat dieses Gleichungssystem keine Lösung; man kann dazu auch sagen, dass die Lösungsmenge leer ist:

$$L = \{ \}$$

Rref  $\left[ \begin{array}{cccc|cccc} -1 & -4 & 1 & 7 & 2 & 8 & -2 & 8 \\ 1 & 0 & 3 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right]$

- Mit [F ↔ D] können Sie zwischen der Angabe des Ergebnisses als Dezimal- bzw. Bruchzahlen hin- und herschalten.

## 3 Funktionen untersuchen

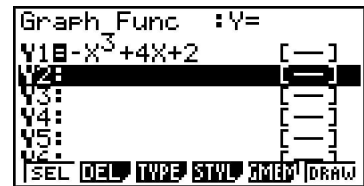
### 3.1 Grafische Darstellung

- Um eine Funktion grafisch darzustellen wird diese in der Grafikanwendung GRAPH zuerst im Grafikeditor eingegeben und dann mit DRAW im Grafikfenster gezeichnet. In den Grafikeditor gelangt man über das Hauptmenü mit GRAPH. Der Anzeigebereich wird mit  $\overset{S}{[V\text{-Window}]}$  ausgewählt.

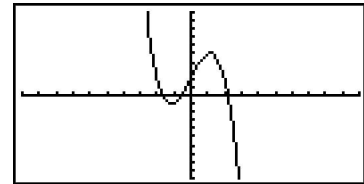
#### Beispiel

Gesucht ist der Graph der Funktion  $f(x) = -x^3 + 4x + 2$ .

Zuerst geben Sie die Funktion im Grafikeditor in der ersten Zeile Y1: ein:  $-x^3 + 4x + 2$ . Die Eingabe des Funktionsterms muss mit  $[EXE]$  abgeschlossen werden.

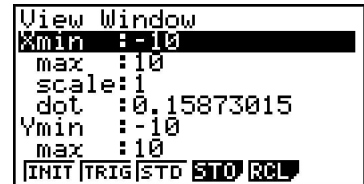


Um den Graphen zu zeichnen, wählen Sie DRAW im Bildschirmmenü. Um das Grafikfenster einzustellen, benutzen Sie  $\overset{S}{[V\text{-WINDOW}]}$ : Die Werte von Xmin und Xmax sind dabei die größten und kleinsten verwendeten Werte der  $x$ -Achse, Ymin und Ymax die der  $y$ -Achse.



scale gibt an, in welchem Abstand die Markierungen auf der jeweiligen Achse gesetzt werden.

Mit STD setzen Sie das Grafikfenster auf die Standardwerte zurück, mit STO können Sie verschiedene Einstellungsprofile speichern, und sie mit RCL wieder aufrufen.



- Es gibt drei häufig benötigte Einstellungen für das Grafikfenster, die bei  $\overset{S}{[V\text{-WINDOW}]}$  voreingestellt sind:
  - STD zeigt den Bereich von  $-10$  bis  $10$  in  $x$ - und  $y$ -Richtung an.
  - INIT wählt die Darstellung von  $-6,3 \leq x \leq 6,3$  und  $-3,1 \leq y \leq 3,1$ ; bei dieser Einstellung haben die Skalen in  $x$ - und  $y$ -Richtung die gleiche Länge, so dass die Kurven unverzerrt dargestellt werden.
  - TRIG wählt für die  $x$ -Achse den Bereich  $-3\pi \leq x \leq 3\pi$ , die Markierungen sind im Abstand von  $\frac{1}{2}\pi$  gesetzt.
- Um einzelne Funktionen im Grafikeditor an- und abzuwählen, benutzt man den Menüpunkt SEL des Bildschirmmenüs. Eine Funktion, die angewählt ist, hat ein schwarz hinterlegtes Gleichheitszeichen.