

Gruber | Neumann

Erfolg im Mathe-Abi 2017

Übungsbuch für den Pflichtteil
Baden-Württemberg
mit Tipps und Lösungen

Freiburger
Verlag

Inhaltsverzeichnis

Analysis

1 Ableiten

| | |
|---|----|
| 1.1 Potenzfunktionen mit natürlichen Exponenten | 11 |
| 1.2 Potenzfunktionen mit negativen Exponenten | 12 |
| 1.3 Potenzfunktionen mit gebrochenen Exponenten | 12 |
| 1.4 Exponentialfunktionen | 12 |
| 1.5 Trigonometrische Funktionen | 12 |
| 1.6 Vermischte Aufgaben | 12 |

2 Stammfunktionen und Integrale

| | |
|--|----|
| 2.1 Stammfunktionen | 13 |
| 2.2 Integrale | 14 |
| 2.3 Flächeninhalt zwischen zwei Kurven | 14 |
| 2.4 Rotationskörper | 15 |

3 Gleichungen

| | |
|---|----|
| 3.1 Quadratische, biquadratische und nichtlineare Gleichungen | 16 |
| 3.2 Exponentialgleichungen | 16 |
| 3.3 Bruchgleichungen | 17 |
| 3.4 Trigonometrische Gleichungen | 18 |

4 Funktionen und Schaubilder

| | |
|---|----|
| 4.1 Von der Gleichung zur Kurve | 19 |
| 4.2 Aufstellen von Funktionen mit Randbedingungen | 21 |
| 4.3 Von der Kurve zur Gleichung | 24 |

5 Eigenschaften von Kurven

| | |
|--|----|
| 5.1 Schaubilder von f , f' und F | 27 |
| 5.2 Kurvendiskussion | 34 |

Geometrie

6 Punkte, Geraden und Ebenen

6.1 Rechnen mit Vektoren 38
6.2 Geraden 40
6.3 Ebenen 43
6.4 Gegenseitige Lage von Geraden und Ebenen 47
6.5 Gegenseitige Lage von Ebenen 49

7 Abstände, Winkel und Spiegelungen

7.1 Abstandsberechnungen 51
7.2 Winkelberechnungen 53
7.3 Spiegelungen 54

Stochastik

8 Wahrscheinlichkeitsrechnung

8.1 Baumdiagramme und Pfadregeln 56
8.2 Binomialverteilung 61
8.3 Erwartungswert 64

9 Allgemeines Verständnis von Zusammenhängen 67

Tipps 70

Lösungen 97

Abituraufgaben 195

Stichwortverzeichnis 251

Vorwort


Erfolg von Anfang an

...ist das Geheimnis eines guten Abiturs.

Das vorliegende Übungsbuch ist speziell auf die grundlegenden Anforderungen des Pflichtteils (hilfsmittelfreier Teil: HMF) des Mathematik-Abiturs ab 2017 in Baden-Württemberg abgestimmt. Es umfasst die drei großen Themenbereiche Analysis, Geometrie und Stochastik sowie angepasste und erweiterte Abituraufgaben seit 2011 in einem Buch. Ab 2017 ändert sich die Struktur des hilfsmittelfreien Teils: Es sind insgesamt 20 Verrechnungspunkte (VP) zu erreichen, davon 10 VP in Analysis, 8 VP in Geometrie und 2 VP in Stochastik. *Daher haben wir Original-Prüfungsaufgaben gekürzt und an die neuen Bestimmungen angepasst.* Somit erhalten Sie die bestmögliche Vorbereitung auf die Abiturprüfung.

MeinMatheAbi.de

Im Internet finden Sie unter www.MeinMatheAbi.de/bw-abi weitere Abituraufgaben, außerdem gibt es dort:

- Viele Lernvideos, in denen die grundlegenden Themen an einfachen Beispielen erklärt werden. Die entsprechenden Stellen sind im Buch mit einem Kamerasymbol gekennzeichnet. 
- Zusätzliche «Vertiefungsaufgaben». Diese Aufgaben sind im Niveau teilweise etwas anspruchsvoller und ohne Anmeldung kostenlos nutzbar. Wer aber zusätzlich zum Buch noch etwas mehr üben möchte, findet hier viele Übungsmöglichkeiten.
- Lernkarten zum Online-Lernen und eine Lernkarten-App.

Der Pflichtteil (HMF) besteht aus mehreren kleinen Aufgaben, die ohne Taschenrechner und ohne Formelsammlung zu lösen sind. Genau hierfür wurde das vorliegende Buch konzipiert: Es fördert das Grundwissen und die Grundkompetenzen in Mathematik, vom einfachen Rechnen und Formelanwenden bis hin zum Verstehen von gedanklichen Zusammenhängen. Das Übungsbuch ist eine Hilfe zum Selbstlernen (learning by doing) und bietet die Möglichkeit, sich intensiv auf die Prüfung vorzubereiten und gezielt Themen zu vertiefen. Hat man Erfolg bei den grundlegenden Aufgaben, machen Mathematik und das Lernen mehr Spaß.

Der blaue Tippteil

Hat man keine Idee, wie man eine Aufgabe angehen soll, hilft der blaue Tippteil zwischen Aufgaben und Lösungen weiter: Zu jeder Aufgabe gibt es dort Tipps, die helfen, einen Ansatz zu finden, ohne die Lösung vorwegzunehmen.

Die Kontrollkästchen

Damit Sie immer den Überblick behalten können, welche Aufgaben Sie schon bearbeitet haben, befindet sich neben jedem Aufgabentitel ein Kontrollkästchen zum Abhaken.

Wie arbeiten Sie mit diesem Buch?

Am Anfang jedes Kapitels finden Sie eine kurze Übersicht über die jeweiligen Themen. Die einzelnen Kapitel bauen zwar aufeinander auf, doch ist es nicht zwingend notwendig, das Buch der Reihe nach durchzuarbeiten. Die Aufgaben sind in der Regel in ihrer Schwierigkeit gestaffelt. Von fast jeder Aufgabe gibt es mehrere Variationen zum Vertiefen.

In der Mitte des Buches finden Sie den blauen Tippteil mit Denk- und Lösungshilfen.

Die Lösungen mit ausführlichen verständlichen Lösungswegen bilden den dritten Teil des Übungsbuchs. Hier finden Sie die notwendigen Formeln, Rechenverfahren und Denkschritte sowie manchmal alternative Lösungswege.

Im Anhang ab Seite 195 befinden sich die angepassten und erweiterten Abituraufgaben mit Tipps und ausführlichen Lösungen.

Der Aufbau des Mathematik-Abiturs

- Die gesamte Prüfungszeit beträgt 270 Minuten (4,5 Zeitstunden).
- Die Schüler erhalten am Beginn der Prüfung alle Aufgaben (den Pflichtteil (HMF) und den vom Lehrer ausgesuchten Wahlteil Analysis, Geometrie und Stochastik). Sie erhalten zu diesem Zeitpunkt noch keine Hilfsmittel.
- Die Schüler bearbeiten zuerst den Pflichtteil (HMF). Nach dessen Abgabe erhalten sie die Hilfsmittel (Taschenrechner, Merkhilfe) für den Wahlteil.

Insgesamt können maximal 60 Verrechnungspunkte in der Prüfung erzielt werden, davon 20 im Pflichtteil (HMF) und 40 im Wahlteil.

Die Abiturnote

Aus den Verrechnungspunkten ergeben sich folgende Notenpunkte

| Verrechnungspunkte | Notenpunkte | Note |
|--------------------|-------------|--------------|
| 0 - 10 | 0 | ungenügend |
| 11 - 14 | 1 | mangelhaft |
| 15 - 18 | 2 | |
| 19 - 22 | 3 | |
| 23 - 26 | 4 | ausreichend |
| 27 - 29 | 5 | |
| 30 - 32 | 6 | |
| 33 - 35 | 7 | befriedigend |
| 36 - 38 | 8 | |
| 39 - 41 | 9 | |
| 42 - 44 | 10 | gut |
| 45 - 47 | 11 | |
| 48 - 50 | 12 | |
| 51 - 53 | 13 | sehr gut |
| 54 - 56 | 14 | |
| 57 - 60 | 15 | |

Allen Schülern, die sich auf das Abitur vorbereiten, wünschen wir viel Erfolg.

Helmut Gruber, Robert Neumann

Stochastik

8 Wahrscheinlichkeitsrechnung □

8.1 Baumdiagramme und Pfadregeln □

Tipps ab Seite 91, Lösungen ab Seite 170


In diesem Kapitel geht es darum, mit Hilfe bereits bekannter Wahrscheinlichkeiten von einzelnen Ergebnissen die Wahrscheinlichkeiten weiterer, oft «komplizierterer» Ereignisse zu bestimmen. Ein wichtiges Hilfsmittel zur Veranschaulichung hierfür sind *Baumdiagramme*. Sie sind insbesondere bei mehrstufigen Zufallsexperimenten hilfreich. Eine Verzweigung entspricht dabei den möglichen Versuchsausgängen der jeweiligen Stufe; längs der «Äste» werden die zugehörigen Wahrscheinlichkeiten notiert.

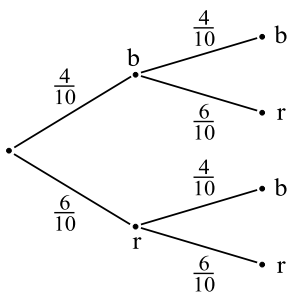
Bei mehrstufigen Zufallsexperimenten unterscheidet man *geordnete Stichproben* (d.h. Beachtung der Reihenfolge) von *ungeordneten Stichproben*; beide Stichprobenarten können *mit oder ohne Zurücklegen* durchgeführt werden. Bei der Erstellung des Baumdiagrammes muss man darauf achten, dass sich bei Stichproben ohne Zurücklegen die Wahrscheinlichkeiten bei jeder Stufe ändern.

Manchmal ist es auch geschickt oder hilfreich die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses A mit des Gegenereignisses \bar{A} zu berechnen; dies ist vor allem (aber nicht immer) bei den Signalwörtern «mindestens» oder «höchstens» der Fall. Es gilt dann für die entsprechenden Wahrscheinlichkeiten:

$$P(A) = 1 - P(\bar{A})$$

1. Beispiel: Ziehen mit Zurücklegen

 Ein Gefäß enthält 4 blaue und 6 rote Kugeln. Es werden 2 Kugeln mit Zurücklegen gezogen. Da 4 blaue und 6 rote, also insgesamt 10 Kugeln in der Urne sind, beträgt die Wahrscheinlichkeit bei jedem Ziehen für die Ergebnisse blau (b): $\frac{4}{10}$ und für rot (r): $\frac{6}{10}$. Damit erhält man folgendes Baumdiagramm:



Wichtige Rechenregeln für Baumdiagramme sind die *1. Pfadregel* und die *2. Pfadregel*:

Die *1. Pfadregel* (Produktregel) besagt, dass man die Wahrscheinlichkeit längs eines Pfades berechnet, indem man die Wahrscheinlichkeiten der zugehörigen Äste miteinander multipliziert.

Mit der *2. Pfadregel* (Summenregel) kann man die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses berechnen, indem man die Wahrscheinlichkeiten aller zugehörigen Pfade addiert.

Will man beispielsweise die Wahrscheinlichkeit berechnen, dass beide Kugeln rot sind, so ergibt sich mit Hilfe der 1. Pfadregel:

$$P(\text{«beide Kugeln rot»}) = P(rr) = \frac{6}{10} \cdot \frac{6}{10} = \frac{36}{100} = 0,36$$

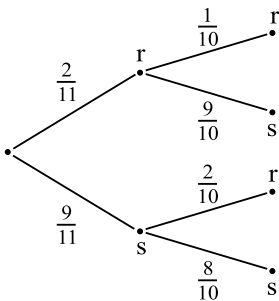
Will man die Wahrscheinlichkeit berechnen, dass beide Kugeln gleichfarbig sind, so ergibt sich mit Hilfe der 1. und 2. Pfadregel:

$$P(\text{«beide Kugeln gleichfarbig»}) = P(rr) + P(bb) = \frac{6}{10} \cdot \frac{6}{10} + \frac{4}{10} \cdot \frac{4}{10} = \frac{36}{100} + \frac{16}{100} = \frac{52}{100} = 0,52$$

2. Beispiel: Ziehen ohne Zurücklegen

Eine Urne enthält 2 rote und 9 schwarze Kugeln. Es werden 2 Kugeln gleichzeitig gezogen. 

Das gleichzeitige Ziehen entspricht dem Ziehen ohne Zurücklegen. Man erhält folgendes Baumdiagramm:



Da 2 rote und 9 schwarze, also insgesamt 11 Kugeln in der Urne sind, beträgt die Wahrscheinlichkeit beim 1. Ziehen für rot (r): $\frac{2}{11}$ und für schwarz (s): $\frac{9}{11}$.

Beim 2. Ziehen sind nur noch 10 Kugeln vorhanden und die Wahrscheinlichkeiten hängen davon ab, welche Farbe schon gezogen wurde.

Will man beispielsweise die Wahrscheinlichkeit berechnen, dass genau eine Kugel schwarz ist, ergibt sich mit Hilfe der 1. und 2. Pfadregel (Produkt- und Summenregel):

$$P(\text{«genau eine schwarze Kugel»}) = P(rs) + P(sr) = \frac{2}{11} \cdot \frac{9}{10} + \frac{9}{11} \cdot \frac{2}{10} = \frac{9}{55} + \frac{9}{55} = \frac{18}{55}$$

Will man die Wahrscheinlichkeit berechnen, dass mindestens eine der beiden Kugeln schwarz ist, erhält man mit Hilfe des Gegenereignisses:

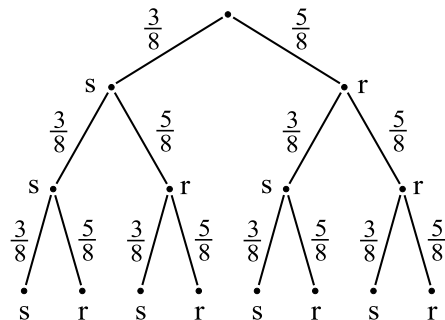
$$\begin{aligned} P(\text{«mindestens eine schwarze Kugel»}) &= 1 - P(\text{«keine schwarze Kugel»}) \\ &= 1 - P(rr) \\ &= 1 - \frac{2}{11} \cdot \frac{1}{10} \\ &= 1 - \frac{1}{55} \\ &= \frac{54}{55} \end{aligned}$$

8.1.1 Ziehen mit Zurücklegen



- a) Eine Urne enthält 4 rote, 3 weiße und 2 gelbe Kugeln. Es werden 2 Kugeln mit Zurücklegen gezogen.
 - I) Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhält man eine weiße und eine gelbe Kugel?
 - II) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass man keine weiße Kugel erhält ?
- b) Ein Gefäß enthält 8 rote, 4 blaue und 2 weiße Kugeln. Es werden 2 Kugeln mit Zurücklegen gezogen.
 - I) Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhält man keine rote Kugel?
 - II) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass man höchstens eine rote Kugel erhält?
- c) In einem Behälter befinden sich 3 rote und 5 gelbe Kugeln. Es werden 2 Kugeln mit Zurücklegen gezogen.
 - I) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens eine der beiden Kugeln gelb ist.
 - II) Zeichnen Sie ein Baumdiagramm, wenn im Behälter 3 rote und eine unbekannte Anzahl gelber Kugeln vorhanden sind und zwei Kugeln mit Zurücklegen gezogen werden.

- d) In einer Urne befinden sich rote und schwarze Kugeln. Es ergibt sich das nebenstehende Baumdiagramm.



- I) Beschreiben Sie eine Situation, die zu diesem Baumdiagramm passt.
- II) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens eine Kugel rot ist?

8.1.2 Ziehen ohne Zurücklegen



- a) In einer Urne befinden sich 2 grüne, 3 rote und 5 blaue Kugeln. Es werden 2 Kugeln ohne Zurücklegen gezogen.
 - I) Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird eine grüne und eine rote Kugel gezogen?
 - II) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass keine blaue Kugel gezogen wird.

Stochastik

8 Wahrscheinlichkeitsrechnung

8.1 Baumdiagramme und Pfadregeln

8.1.1 Ziehen mit Zurücklegen

- a) I) Zeichnen Sie ein Baumdiagramm mit den Ästen rot (r), weiß (w) und gelb (g). Beachten Sie, dass die Wahrscheinlichkeiten bei jedem Ziehen gleich bleiben. Überlegen Sie, welche Ergebnisse zum gesuchten Ereignis gehören und verwenden Sie die Pfadregeln.
- II) Zeichnen Sie ein Baumdiagramm mit den Ästen weiß (w) und nicht weiß (\bar{w}). Beachten Sie, dass die Wahrscheinlichkeiten bei jedem Ziehen gleich bleiben. Überlegen Sie, welches Ergebnis zum gesuchten Ereignis gehört und verwenden Sie die 1. Pfadregel.
- b) I) Zeichnen Sie ein Baumdiagramm mit den Ästen rot (r) und nicht rot (\bar{r}). Beachten Sie, dass die Wahrscheinlichkeiten bei jedem Ziehen gleich bleiben. Überlegen Sie, welches Ergebnis zum gesuchten Ereignis gehört und verwenden Sie die 1. Pfadregel.
- II) Überlegen Sie, welche Ergebnisse zum gesuchten Ereignis gehören und verwenden Sie die Pfadregeln oder rechnen Sie alternativ mit dem Gegenereignis \bar{A} und verwenden Sie $P(A) = 1 - P(\bar{A})$.
- c) I) Zeichnen Sie ein Baumdiagramm mit den Ästen rot (r) und gelb (g). Beachten Sie, dass die Wahrscheinlichkeiten bei jedem Ziehen gleich bleiben. Überlegen Sie, welche Ergebnisse zum gesuchten Ereignis gehören und verwenden Sie die Pfadregeln oder rechnen Sie alternativ mit dem Gegenereignis \bar{A} und verwenden Sie $P(A) = 1 - P(\bar{A})$.
- II) Wählen Sie n als Anzahl der gelben Kugeln und überlegen Sie, wie viele Kugeln insgesamt vorhanden sind.
- d) I) Überlegen Sie, wie viele Kugeln insgesamt mindestens vorhanden sein müssen und beachten Sie, ob sich die Wahrscheinlichkeiten für rot oder schwarz bei jedem Ziehen ändern oder nicht.
- II) Rechnen Sie mit dem Gegenereignis \bar{A} und verwenden Sie $P(A) = 1 - P(\bar{A})$ sowie die 1. Pfadregel.

8.1.2 Ziehen ohne Zurücklegen

- a) I) Zeichnen Sie ein Baumdiagramm mit den Ästen rot (r), grün (g) und blau (b). Beachten Sie, dass sich die Wahrscheinlichkeiten bei jedem Ziehen ändern. Überlegen Sie,

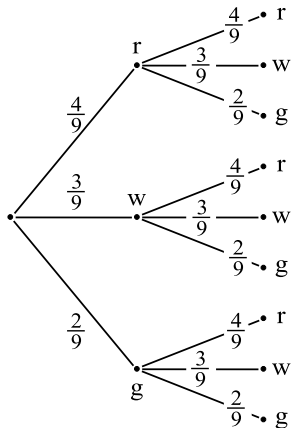
Stochastik

8 Wahrscheinlichkeitsrechnung

8.1 Baumdiagramme und Pfadregeln

8.1.1 Ziehen mit Zurücklegen

a) I)

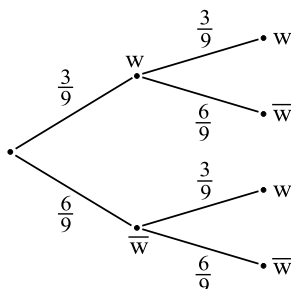


Da 4 rote, 3 weiße und 2 gelbe, also insgesamt 9 Kugeln in der Urne sind, betragen die Wahrscheinlichkeiten bei jedem Ziehen für rot (r), weiß (w) bzw. gelb (g): $\frac{4}{9}$, $\frac{3}{9}$ bzw. $\frac{2}{9}$.

Die Wahrscheinlichkeit, eine weiße und eine gelbe Kugel zu ziehen, erhält man mit Hilfe der 1. und 2. Pfadregel (Produkt- und Summenregel):

$$P(\text{«eine weiße und eine gelbe Kugel»}) = P(wg) + P(gw) = \frac{3}{9} \cdot \frac{2}{9} + \frac{2}{9} \cdot \frac{3}{9} = \frac{4}{27}$$

II)

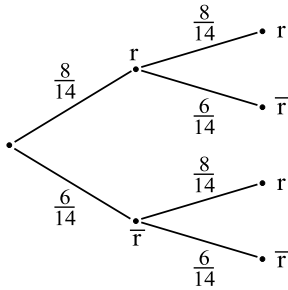


Da 3 weiße und 6 nicht weiße, also insgesamt 9 Kugeln in der Urne sind, beträgt die Wahrscheinlichkeit bei jedem Ziehen für weiß (w): $\frac{3}{9}$ und für nicht weiß (\bar{w}): $\frac{6}{9}$.

Die Wahrscheinlichkeit, keine weiße Kugel zu ziehen, erhält man mit Hilfe der 1. Pfadregel (Produktregel):

$$P(\text{«keine weiße Kugel»}) = P(\bar{w}\bar{w}) = \frac{6}{9} \cdot \frac{6}{9} = \frac{4}{9}$$

b) I)



Da 8 rote und 6 nicht rote, also insgesamt 14 Kugeln in der Urne sind, beträgt die Wahrscheinlichkeit bei jedem Ziehen für rot (r): $\frac{8}{14}$ und für nicht rot (\bar{r}): $\frac{6}{14}$.

Die Wahrscheinlichkeit, keine rote Kugel zu ziehen, erhält man mit Hilfe der 1. Pfadregel (Produktregel):

$$P(\text{«keine rote Kugel»}) = P(\bar{r}\bar{r}) = \frac{6}{14} \cdot \frac{6}{14} = \frac{3}{7} \cdot \frac{3}{7} = \frac{9}{49}$$

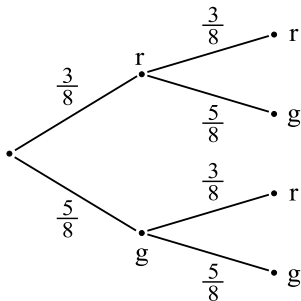
II) Die Wahrscheinlichkeit, höchstens eine rote Kugel zu ziehen, erhält man mit Hilfe der 1. und 2. Pfadregel (Produkt- und Summenregel):

$$\begin{aligned} P(\text{«höchstens eine rote Kugel»}) &= P(\bar{r}\bar{r}) + P(\bar{r}r) + P(r\bar{r}) \\ &= \frac{6}{14} \cdot \frac{6}{14} + \frac{6}{14} \cdot \frac{8}{14} + \frac{8}{14} \cdot \frac{6}{14} \\ &= \frac{3}{7} \cdot \frac{3}{7} + \frac{3}{7} \cdot \frac{4}{7} + \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{7} \\ &= \frac{9}{49} + \frac{12}{49} + \frac{12}{49} \\ &= \frac{33}{49} \end{aligned}$$

Alternativ kann man auch mit dem Gegenereignis rechnen:

$$\begin{aligned} P(\text{«höchstens eine rote Kugel»}) &= 1 - P(\text{«zwei rote Kugeln»}) \\ &= 1 - P(rr) \\ &= 1 - \frac{8}{14} \cdot \frac{8}{14} \\ &= 1 - \frac{4}{7} \cdot \frac{4}{7} \\ &= \frac{49}{49} - \frac{16}{49} \\ &= \frac{33}{49} \end{aligned}$$

c) I)



Da 3 rote und 5 gelbe, also insgesamt 8 Kugeln im Behälter sind, beträgt die Wahrscheinlichkeit bei jedem Ziehen für gelb (g): $\frac{5}{8}$ und für rot (r): $\frac{3}{8}$.

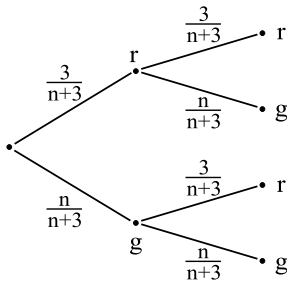
Die Wahrscheinlichkeit, mindestens eine gelbe Kugel zu ziehen, erhält man mit Hilfe der 1. und 2. Pfadregel (Produkt- und Summenregel):

$$\begin{aligned}
 P(\text{«mindestens eine gelbe Kugel»}) &= P(\text{rg}) + P(\text{gr}) + P(\text{gg}) \\
 &= \frac{3}{8} \cdot \frac{5}{8} + \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{8} + \frac{5}{8} \cdot \frac{5}{8} \\
 &= \frac{15}{64} + \frac{15}{64} + \frac{25}{64} \\
 &= \frac{55}{64}
 \end{aligned}$$

Alternativ kann man auch mit dem Gegenereignis rechnen:

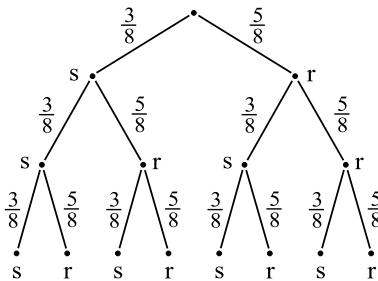
$$\begin{aligned}
 P(\text{«mindestens eine gelbe Kugel»}) &= 1 - P(\text{«keine gelbe Kugel»}) \\
 &= 1 - P(\text{rr}) \\
 &= 1 - \frac{3}{8} \cdot \frac{3}{8} \\
 &= \frac{64}{64} - \frac{9}{64} \\
 &= \frac{55}{64}
 \end{aligned}$$

II)



Wenn im Behälter 3 rote und eine unbekannte Anzahl (n) gelber Kugeln vorhanden sind, gibt es insgesamt $n + 3$ Kugeln. Damit beträgt die Wahrscheinlichkeit bei jedem Ziehen für gelb (g): $\frac{n}{n+3}$ und für rot (r): $\frac{3}{n+3}$.

d) I)



Zum Baumdiagramm passt z.B. folgende Situation:

In einer Urne befinden sich 5 rote und 3 schwarze Kugeln. Es werden drei Kugeln mit Zurücklegen gezogen, da die Wahrscheinlichkeiten beim 2. und beim 3. Zug gleich groß sind wie beim 1. Zug.

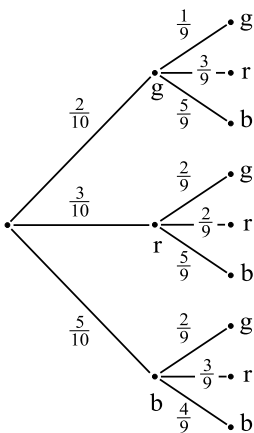
II) Die Wahrscheinlichkeit beträgt bei jedem Zug für rot (r): $\frac{5}{8}$ und für schwarz (s): $\frac{3}{8}$. Die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens eine Kugel rot ist, erhält man am geschick-

testen mit Hilfe des Gegenereignisses:

$$\begin{aligned}
 P(\text{«mindestens eine rote Kugel»}) &= 1 - P(\text{«keine rote Kugel»}) \\
 &= 1 - P(\text{sss}) \\
 &= 1 - \frac{3}{8} \cdot \frac{3}{8} \cdot \frac{3}{8} \\
 &= \frac{512}{512} - \frac{27}{512} \\
 &= \frac{485}{512}
 \end{aligned}$$

8.1.2 Ziehen ohne Zurücklegen

a) I)



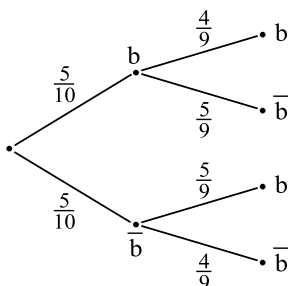
Da 2 grüne, 3 rote und 5 blaue, also insgesamt 10 Kugeln in der Urne sind, betragen die Wahrscheinlichkeiten beim 1. Ziehen für grün (g): $\frac{2}{10}$, für rot (r): $\frac{3}{10}$ und für blau (b): $\frac{5}{10}$.

Danach sind nur noch 9 Kugeln in der Urne und die Wahrscheinlichkeiten bei der 2. Ziehung hängen jeweils davon ab, welche Farbe beim 1. Mal gezogen wurde.

Die Wahrscheinlichkeit, dass eine grüne und eine rote Kugel gezogen wird, erhält man mit Hilfe der 1. und 2. Pfadregel (Produkt- und Summenregel):

$$\begin{aligned}
 P(\text{«rote und grüne Kugel»}) &= P(\text{gr}) + P(\text{rg}) \\
 &= \frac{2}{10} \cdot \frac{3}{9} + \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{9} \\
 &= \frac{12}{90} = \frac{2}{15}
 \end{aligned}$$

II)



Da 5 blaue und 5 nicht blaue, also insgesamt 10 Kugeln in der Urne sind, betragen die Wahrscheinlichkeiten beim 1. Ziehen für blau (b): $\frac{5}{10}$ und für nicht blau (\bar{b}): $\frac{5}{10}$.

Danach sind nur noch 9 Kugeln in der Urne und die Wahrscheinlichkeiten bei der 2. Ziehung hängen jeweils davon ab, welche Farbe beim 1. Mal gezogen wurde.

Die Wahrscheinlichkeit, dass keine blaue Kugel gezogen wird, erhält man mit Hilfe