

Martin Meyer

Mehr Mathematikverständnis

© 2010 by InnoLearn UG

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt.

Die Rechte für dieses urheberrechtlich geschützte Buch und der beiliegenden CD liegen bei.

InnoLearn UG



www.InnoLearn.de

Jede Nutzung in anderen als den gesetzlich zugelassenen Fällen bedarf der vorherigen schriftlichen Einwilligung des Autors.

Hinweis zu § 52 a UrhG: Weder das Werk noch seine Teile dürfen ohne eine solche Einwilligung eingescannt und in ein Netzwerk eingestellt werden. Dies gilt auch für Intranets von Schulen und sonstigen Bildungseinrichtungen.

1. Auflage 2010

© 2010 by InnoLearn UG (haftungsbeschränkt)

Inhalt

Inhalt	3
Vorwort	7
Lernen und Wissen	11
Implizites Lernen	12
Implizites Wissen	13
Verstehen - Auswendiglernen - Anwenden	16
Lernen und Gefühle	17
Virtuelle Regler	18
Wissensnetz	19
Motivation	20
Die MentalMath[®]-CD	22
Zahlen	25
Natürliche Zahlen	25
Ganze Zahlen	25
Rationale Zahlen	26
<i>Bruch</i>	26
<i>Echter Bruch</i>	27
<i>Unechter Bruch</i>	27
<i>Gemischte Zahl</i>	27
<i>Dezimalbruch</i>	28

Rechenregeln	28
<i>Erweitern und Kürzen</i>	28
<i>Gleichnamig machen</i>	29
<i>Addition und Subtraktion</i>	29
<i>Multiplikation</i>	30
<i>Division</i>	30
Terme	31
Grundlegendes	31
Rechengesetze	32
<i>Kommutativgesetz</i>	32
<i>Assoziativgesetz</i>	32
<i>Distributivgesetz</i>	33
Klammern	34
<i>Minusklammern</i>	34
<i>Geschachtelte Klammern</i>	35
<i>Multiplizieren von Summen</i>	35
Zusammenfassen gleicher Variablen	36
Binomische Formeln	37
1. <i>Binomische Formel</i>	37
2. <i>Binomische Formel</i>	37
3. <i>Binomische Formel</i>	37

Gleichungen	39
Lösen von Gleichungen	39
<i>Additions- und Subtraktionsregel</i>	40
<i>Multiplikationsregel</i>	40
<i>Divisionsregel</i>	40
<i>Strategie</i>	41
Gleichungssysteme	43
Das Einsetzungsverfahren	45
Das Additions- bzw. Subtraktionsverfahren	47
Gleichungssysteme ohne Lösung	49
Gleichungssysteme mit unendlich vielen Lösungen	50
Quadratische Gleichungen	53
Quadratische Ergänzung	54
Lösungsformel (pq-Formel)	57
Quadratische Gleichungen mit nur einer Lösung	58
Unlösbare quadratische Gleichungen	59
Funktionen	61
Darstellung	62
<i>Funktionsgleichung</i>	62
<i>Wertetabelle</i>	62
<i>Funktionsgraph</i>	62
Charakteristische Punkte	63
<i>Schnittpunkt mit der y-Achse</i>	63
<i>Schnittpunkt mit der x-Achse (Nullstellen)</i>	63

Lineare Funktionen	64
<i>Zwei Punkte-Form</i>	64
<i>Funktionsgleichung aus Steigung und Punkt</i>	65
Quadratische Funktionen	66
<i>Berechnung des Scheitelpunktes</i>	67
<i>Steckbriefaufgabe</i>	68
Potenzen und n-te Wurzeln	71
Potenzen	71
n-te Wurzeln	73
Index	75

Vorwort

Herzlichen Glückwunsch zu Ihrem Entschluss mithilfe der MentalMath[®]-Methode die bereits in Ihnen wohnenden, ganz persönlichen Fähigkeiten im Umgang mit Mathematik zu entdecken und weiter auszubauen.

Die einzigartige Kombination des Buches und der MentalMath[®]-CD, wird Ihnen dabei helfen mögliche Ängste in Bezug auf Mathematik abzubauen und Sie dazu motivieren, Mathematik mit einem guten Gefühl zu lernen. Weiterhin lassen sich beim Anhören der CD wichtige Begriffe der Schulmathematik unbewusst wahrnehmen, welche hierdurch ein mentales Begriffsnetz entstehen lassen, was später dann mit weiteren Informationen gefüllt werden kann.

In diesem Buch werden zunächst die Grundprinzipien des menschlichen Lernens erläutert und Hinweise dazu gegeben, wie die MentalMath[®]-Methode richtig angewandt werden kann.

Erst, wenn Sie diese Informationen erfahren haben, sollten Sie sich einen Ort suchen, an dem Sie ungestört eine gute halbe Stunde entspannt liegen und die Inhalte der CD auf sich einwirken lassen können.

Hierbei werden Sie merken, wie Sie sich immer mehr entspannen können und dass sich dieser Entspannungszustand beim weiteren Hören der CD immer mehr vertieft. Sie werden verschiedene Erzählungen durchleben und dabei in Ihrem Kopf unterschiedliche Sinnbilder entstehen lassen. Hierbei ist es absolut unwichtig, jedes einzelne Wort zu verstehen. Es genügt, wenn Sie sich einfach nur entspannen. Der Rest geschieht dann ganz automatisch.

Wenn Sie dann, nach dem Hören der CD, Lust haben, den einen oder anderen mathematischen Begriff nachzuschlagen, können Sie dies im mathematischen Teil dieses Buches (ab Seite 25) tun. Hier werden nämlich die wichtigsten Inhalte

der Schulmathematik für die Sekundarstufe I
verständlich erklärt.

Nun wünsche ich Ihnen viel Erfolg und Freude
mit diesem Buch und der beiliegenden CD.

Soest, im September 2010

Martin Meyer

Lernen und Wissen

Viele Menschen, die das Wort „Lernen“ hören, *Lernen* denken dabei oft an dröges, langatmiges und monotones Pauken. Dabei ist diese Lernart, die von vielen als „normal“ angesehen wird gar nicht so alt und entspricht auch nicht der neurophysischen Struktur, die sich im Laufe von Millionen von Jahren entwickelt hat und die wir alle in uns tragen. Erinnern wir uns: Als das allgemeine Schulwesen im 19. Jahrhundert seine Gestalt annahm, ging es darum, eine große Masse von „ungebildeten“ Personen an die Anforderungen der sich gerade entwickelnden Industriegesellschaft anzupassen. Dazu wurden Methoden entwickelt, die es erlaubten, möglichst vielen Menschen gleichzeitig ein vorher festgelegtes Lernpensum „einzufließen“.

Dieses Modell hat seine Zeit überlebt und durch moderne neurowissenschaftliche und psychologische Forschung sind wir heute in der Lage,

Lernmethoden anzubieten, die es erlauben, auf eine natürliche, dem Gehirn angepasste Art und Weise zu lernen, nämlich implizit.

Implizites Lernen

*implizites
Lernen*

Das Phänomen des unbewussten, also impliziten Lernens ist vielen Menschen aus ihrem Alltag bekannt. So können die meisten, die Deutsch als Muttersprache gelernt haben, die Regeln der deutschen Grammatik in der Praxis korrekt anwenden, obwohl sie viele der Regeln, die im „Duden“ stehen, nicht explizit, d. h. bewusst kennen.

So *wissen* viele Menschen, die die Sekundarstufe I besucht haben, dass beispielsweise

$7 + 9 = 9 + 7$ ist.

Oder, dass gilt: $3 + (5 + 4) = (3 + 5) + 4$.

Formal gesehen *können* diese Menschen sowohl das Kommutativgesetz ($a + b = b + a$) und auch das Assoziativgesetz ($a + (b + c) = (a + b) + c$)

bezüglich der Addition *anwenden*. Und darum geht es letztendlich!

Im Rahmen einer wissenschaftlichen Arbeit¹ wurde analysiert, dass zum Lösen einer relativ einfachen Anwendungsaufgabe ca. 60 - 80 Prozent implizites Wissen erforderlich ist. Und um dieses implizite Wissen zu erhalten, bieten sich generell zwei Möglichkeiten an.

Implizites Wissen

Implizites Wissen kann explizit erworben werden. Beispielsweise haben viele von Ihnen einmal gelernt, wie man zwei Zahlen addiert. Beispielsweise $4 + 3 = 7$.

Dieses ehemals explizite Wissen ist bei vielen Menschen zu einem „Automatismus“ geworden, sodass diese, wenn sie $4 + 3$ *sehen*, gleich an 7 *denken*. Sie sind hierbei „intuitiv“ richtig vorgegan-

*implizites
Wissen*

Intuition

1. Meyer, Martin: Priming und Lernen. Zum Einfluss von Primingeffekten auf implizite und explizite Lernprozesse. Dissertation an der Fernuniversität in Hagen 2010.

*unbewusstes
Lernen*

gen und sind sich vielfach noch nicht einmal bewusst, was sie dort gerade gemacht haben.

Implizites Wissen kann aber auch implizit, d. h. unbewusst erworben werden. Wenn ich Ihnen beispielsweise hinreichend oft zeige, wie man einfache Gleichungen nach x auflöst, werden Sie eine ähnliche Aufgabe richtig lösen können. Und hierzu ist *Verständnis* zwar *nützlich*, aber *nicht unbedingt erforderlich*.

Machen wir einmal einen Test:

Beispiel 1:

$$3x + 1 = 16 \quad | -1$$

$$3x = 15 \quad | :3$$

$$x = 5$$

Beispiel 2:

$$2x + 3 = 17 \quad | -3$$

$$2x = 14 \quad | :2$$

$$x = 7$$

Beispiel 3:

$$4x + 3 = 15 \quad | -3$$

$$4x = 12 \quad | :4$$

$$x = 3$$

Und nun fordere ich Sie auf, das x der folgenden Gleichung zu bestimmen:

$$4x + 2 = 22$$

Wenn Sie die richtige Antwort („5“) herausgefunden haben, haben Sie soeben implizit gelernt, wie man aus einer vorgegebenen Gleichung eine Variable isoliert, um diese dann zu bestimmen.

Wenn ich Ihnen das explizit *erklärt* hätte, wären wir möglicherweise jetzt noch nicht fertig ...

Sie haben gerade anhand von Beispielen gelernt. Sie haben also die Beispiele bewusst verarbeitet, das dahinter stehende *Prinzip* aber *unbewusst* gelernt, denn von dem dahinterliegenden Prinzip der *Äquivalenzumformung* habe ich nichts geschrieben!

*unbewusstes
Lernen*

Nun ist es auch möglich, Inhalte unbewusst wahrzunehmen, wobei der eben demonstrierte

*unbewusste
Wahrnehmung*

Effekt erhalten bleibt! So können Sie beispielsweise, während Sie sich auf einer Party angeregt mit jemandem unterhalten, und ca. 5 Meter weiter Ihr Namen genannt wird, sofort auf diese Informationsquelle umschalten, denn Sie nehmen unbewusst viel mehr wahr, als Sie bewusst meinen.

Verstehen - Auswendiglernen - Anwenden

Verstehen

Sie haben eben gemerkt, dass Sie Gleichungen lösen können, obwohl Sie die dahinter liegenden Prinzipien möglicherweise nicht komplett verstanden haben. Sie sehen: Das *Verstehen* aller Einzelheiten ist für ein erfolgreiches Anwenden nicht unbedingt erforderlich. Und das ist es, was man allgemein unter einem „Verständnis für etwas“ versteht, nämlich die Fähigkeit, in einem gewissen Bereich erfolgreich Handeln zu können. Das Verstehen aller Einzelheiten ist also bei

Verständnis

einem Verständnis *für* irgendetwas nicht unbedingt erforderlich.

Und wie steht es mit dem Auswendiglernen?

Formales Auswendiglernen ist nicht nötig, wenn Sie in der Lage sind, (unbewusst wirkende)

*Auswendig-
lernen*

Lösungsstrategien erfolgreich anzuwenden, denn Sie üben bei jeder Anwendung.

Anwenden

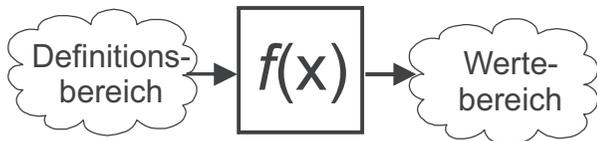
Ja und das muss (natürlich) auch gesagt werden: Anwenden sollten Sie das, was Sie lernen möchten schon, denn der natürliche Lernmechanismus, der auch in Ihrem Gehirn eingebaut ist, funktioniert so, dass nur die Dinge automatisch gelernt werden, die nötig sind.

Lernen und Gefühle

Weil unbewusstes Lernen funktioniert und eben ALLES, auch unbewusste Einflüsse, immer ganz automatisch mitgelernt werden, ist es von Vorteil, wenn Sie beim Lernen gute Gefühle haben. Sie können natürlich auch in Stress- oder Angst-

*automatisches
Lernen aller
Einflüsse*

Funktionen



Eine Funktion ist eine Zuordnung, bei der jedem Element aus dem Definitionsbereich genau ein Element aus dem Wertebereich zugeordnet wird.

Funktion

Der Definitionsbereich einer Funktion enthält alle Elemente auf die eine Zuordnungsvorschrift angewandt werden darf.

Definitionsbereich

Der Wertebereich einer Funktion enthält alle Elemente, die bei der Anwendung der Funktionsvorschrift herauskommen können.

Wertebereich

Darstellung

Eine Funktion kann auf drei Arten dargestellt werden.

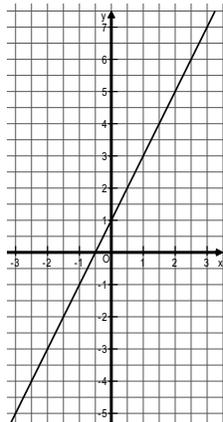
Funktionsgleichung

$$f(x) = 2x + 1$$

Wertetabelle

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x) = 2x + 1$	-5	-3	-1	0	3	5	7

Funktionsgraph



Charakteristische Punkte

Bei allen Funktionstypen sind zwei charakteristische Punkte interessant.

Schnittpunkt mit der y-Achse

Diesen erhält man, wenn man für x den Wert 0 einsetzt, denn alle Punkte auf der y-Achse haben die Eigenschaft, an jeder Stelle den x -Wert 0 zu besitzen.

Also für das Beispiel von eben:

$$f(0) = 2 \cdot 0 + 1 = 1$$

Schnittpunkt mit der x-Achse

Diese erhält man, wenn man die Funktionsterm gleich Null setzt, denn es werden die Punkte gesucht, an denen die Funktionswerte gleich Null sind.

Die Aufgabe, die dann zu rechnen ist, ist identisch mit dem Lösen von Gleichungen, die für lineare Gleichungen ab Seite 39 und für quadratische Gleichungen ab Seite 53 erklärt wurde.

Für unser Beispiel von eben also:

$$2x + 1 = 0 \quad | -1$$

$$2x = -1 \quad | :2$$

$$x = -0,5$$

Und wenn Sie sich den Funktionsgraphen auf Seite 62 anschauen, werden Sie sehen, dass die y-Achse genau bei 1 und die x-Achse genau bei -0,5 geschnitten wird. Die Rechnungen stimmen also.

Lineare Funktionen

lineare Funktionen

Lineare Funktionen haben eine Funktionsgleichung der Form:

$$f(x) = mx + b$$

wobei m die Steigung und b der y-Achsenabschnitt, also die Schnittstelle mit der y-Achse ist. Der Funktionsgraph hat die Gestalt einer Geraden.

Zwei Punkte-Form

Sind zwei Punkte einer Geraden gegeben, so kann man die Steigung m mittels der Zwei

Punkte-Form bestimmen:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Sind also die beiden Punkte $P_1 (-2 \mid -3)$ und $P_2 (1 \mid 3)$ bekannt, so ist die Steigung

$$m = \frac{3 - (-3)}{1 - (-2)} = \frac{6}{3} = 2.$$

Funktionsgleichung aus Steigung und Punkt

Wenn nun die Steigung 2 und ein Punkt $P (-2 \mid -3)$ gegeben ist, kann daraus die Funktionsvorschrift ermittelt werden. Diese ist aufgrund der Definition von eben und der Information, dass $m = 2$ ist:

$$f(x) = 2x + b$$

Nun gilt es, das b zu berechnen. Hierzu wird die Information über den Punkt P benötigt.

Die (grafische) Information, dass dieser Punkt die Koordinaten -2 und -3 hat, besagt nämlich bezüglich der Funktionsvorschrift, dass

$f(-2) = -3$ ist.

Nun ist nichts einfacher, als dies in die noch nicht ganz komplette Funktionsgleichung von eben einzusetzen und es ist:

$$f(-2) = 2 \cdot (-2) + b = -3$$

also

$$-4 + b = -3 \quad | +4$$

$$b = 1$$

Die Funktionsgleichung lautet also:

$$f(x) = 2x + 1$$

Es ist also die Gleiche wie eben.

Quadratische Funktionen

*quadratische
Funktionen*

Quadratische Funktionen haben eine Funktionsgleichung der Form:

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

Der Funktionsgraph hat die Gestalt einer Parabel.

Das Berechnen des Schnittpunktes mit der y-Achse und der Nullstellen erfolgt ähnlich, wie gerade für die

Index

A

Additions- und Subtraktionsverfahren	47
Äquivalenzumformung	39
Assoziativgesetz	12, 32
Auswendiglernen	17

B

Begriffsnetz	7
binomischen Formeln	37
Brüche	26

D

Definitionsbereich	61
Distributivgesetz	33

E

Einsetzungsverfahren	45
erweitern	28

F

Funktionen	61
Funktionsgleichung	62
Funktionsgraph	62

G

ganze Zahlen	25
Gefühle	17
Gleichungen	39
Gleichungssysteme	43

I

implizites Lernen	12
implizites Wissen	13

K

Klammern	34
Kommutativgesetz	12, 32
kürzen	28

L

Lineare Funktionen	64
--------------------------	----

M

Mathematikverständnis	18
MentalMath®-CD	22
MentalMath®-Methode	7, 18
Motivation	20

N

natürliche Zahlen	25
neurophysischen Struktur	11
n-te Wurzeln	73
Nullstelle	63

P

Pauken	11
Potenzen	71
pq-Formel	57

Q

quadratische Ergänzung	54
quadratische Funktionen	66
Quadratische Gleichungen	53

R

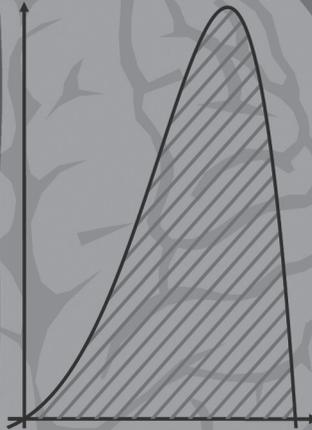
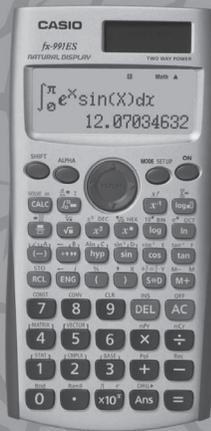
rationale Zahlen	26
------------------------	----

S

Scheitelpunkt	67
Steigung	65

T	
Terme	31
U	
unbewusste Wahrnehmung	15
unbewusstes Lernen	15
V	
Variablen	31
Verständnis	16
Verstehen	16
W	
Wertebereich	61
Wissensnetz	18, 19

Mathematik: Lernen durch Anwenden



Martin Meyer

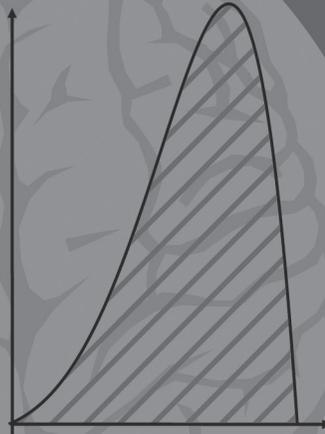
Mit dem CASIO fx-991 ES zum Abitur

Prüfungsrelevante Anwendungsaufgaben
Schritt für Schritt gelöst

3. erweiterte Auflage

www.taschenrechnerbuch.de

Mathematik: Lernen durch Anwenden



Martin Meyer

Mit dem
TI-30X Pro MultiView™
zum Abitur

Prüfungsrelevante Anwendungsaufgaben
Schritt für Schritt gelöst

www.taschenrechnerbuch.de