

# Inhaltsverzeichnis

<b>Einleitung</b>	<b>4</b>
<b>1 Zahlen und Rechnen</b>	<b>5</b>
1.1 Zahlen und Zahlenmengen . . . . .	5
1.2 Rechnen mit Zahlen und Termen . . . . .	6
1.3 Potenzen und Wurzeln . . . . .	9
1.4 Prozentrechnen . . . . .	10
1.5 Zinsrechnen . . . . .	12
<b>2 Gleichungen und Ungleichungen</b>	<b>13</b>
2.1 Einfache Gleichungen . . . . .	13
2.2 Einfache Ungleichungen . . . . .	14
2.3 Gleichungen mit zwei Unbekannten . . . . .	14
2.4 Quadratische Gleichungen . . . . .	17
2.5 Einfache Bruchgleichungen . . . . .	20
<b>3 Geometrische Grundlagen</b>	<b>22</b>
3.1 Dreiecksberechnungen . . . . .	22
3.2 Flächenberechnungen . . . . .	23
3.3 Körperberechnungen . . . . .	25
<b>4 Analytische Geometrie</b>	<b>27</b>
4.1 Strecken . . . . .	27
4.2 Geraden . . . . .	28
4.3 Parabeln . . . . .	32
<b>5 Funktionen und ihre Anwendungen</b>	<b>37</b>
5.1 Proportionale Zuordnungen . . . . .	37
5.2 Proportionale Funktionen . . . . .	38
5.3 Lineare Funktionen . . . . .	40
5.4 Quadratische Funktionen . . . . .	41
<b>Tipps</b>	<b>46</b>

## Einleitung

### Erfolg von Anfang an

Dieses Übungsheft ist speziell auf den Einstieg in die Oberstufe bzw. die Sekundarstufe II abgestimmt. Es umfasst die wichtigsten Themen und Kompetenzen, die in den vorhergehenden Klassen behandelt wurden. So kannst du alle wichtigen Themen wiederholen und bekommst einen sicheren Einstieg.

Die Aufgaben sind dabei so gestellt, dass viele Erfolgserlebnisse möglich sind, so dass die Beschäftigung mit Mathematik (wieder) Spaß machen kann.

Zu Beginn jedes Kapitels gibt es eine kleine Einführung mit Beispielen und anschließenden Übungsaufgaben.

Das Übungsheft ist eine Hilfe zum Selbstlernen (learning by doing), um sich selbständig mit den Inhalten und Methoden auseinanderzusetzen.

Die einzelnen Kapitel bezeichnen verschiedene Bereiche mit unterschiedlichen Kompetenzen der Mathematik.

Sie können größtenteils unabhängig voneinander bearbeitet werden.

### Der blaue Tippteil

Manchmal hat man keine Idee, wie man eine Aufgabe angehen soll bzw. es fehlt der Lösungsansatz. Hier hilft der blaue Tippteil in der Mitte des Hefts weiter: Zu jeder Aufgabe gibt es dort Tipps, die helfen, einen Ansatz zu finden, ohne die Lösung vorwegzunehmen.

### Die Lernkarten

Wozu braucht man in der Mathematik Vokabelkarten, ist das nicht eher was für Englisch oder Französisch?

Auch in der Mathematik muss man manche Dinge einfach wissen: Zum Beispiel, wie man einen bestimmten Flächeninhalt berechnet, wie eine Geradengleichung aussieht oder wie man eine Parabelgleichung bestimmt. Die 48 Lernkarten im Heft sind dafür eine hervorragende Möglichkeit, die wichtigsten Begriffe und Methoden zu lernen und sich zu merken.

Viel Erfolg wünschen Helmut Gruber und Robert Neumann

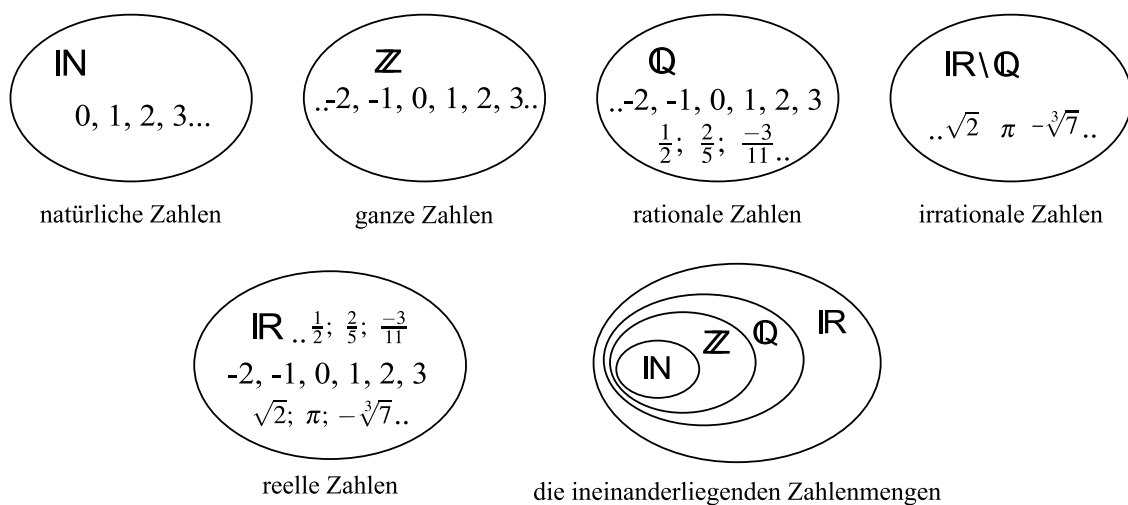
# 1 Zahlen und Rechnen

Tipps ab Seite 46, Lösungen ab Seite 3

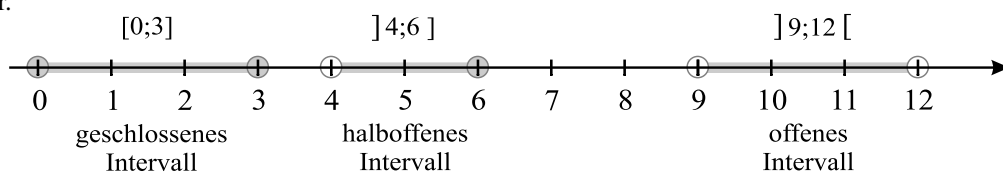
Zahlen und Rechnen sind ein wichtiger Grundpfeiler für viele Betrachtungsweisen in der Mathematik. Daher sind im Folgenden die wichtigsten Rechenarten und Rechengesetze angesprochen, die du mit ein wenig Übung gut beherrschen kannst.

## 1.1 Zahlen und Zahlenmengen

Es gibt verschiedene Zahlenarten, z.B. ganze Zahlen, Brüche, Wurzeln, usw., die als *Zahlenmengen* bezeichnet werden. Die Menge der natürlichen Zahlen kann man erweitern zu den ganzen Zahlen, bei denen positive und negative Vorzeichen vorkommen. Teilt man ganze Zahlen durcheinander, so kommt man zu den rationalen Zahlen (Brüchen). Daneben gibt es noch die irrationalen Zahlen, wie z.B. nicht «aufgehende» Wurzeln oder die Kreiszahl  $\pi$ , die sich nicht als Brüche darstellen lassen. Alle Zahlen werden in der Menge der reellen Zahlen zusammengefasst:



- Alle rationalen Zahlen können durch Brüche dargestellt werden, die irrationalen nicht.
- Wenn man einen Bruch in eine Dezimalzahl durch Teilen umrechnet, «geht das Ergebnis auf» oder die Zahlen nach dem Komma wiederholen sich irgendwann periodisch. Diese Wiederholung wird durch das Periodensymbol – eine Linie über den sich wiederholenden Zahlen – beschrieben. Beispiele:  
 $\frac{3}{5} = 0,6$     $\frac{1}{3} = 0,3333\dots = 0,\overline{3}$     $\frac{1}{6} = 0,1666\dots = 0,1\overline{6}$     $\frac{2}{11} = 0,181818\dots = 0,1\overline{8}$
- Abrunden und Aufrunden: Wenn man eine Zahl näherungsweise angibt, so muss man runden. Will man auf zwei Stellen nach dem Komma runden, so muss man die dritte Stelle nach dem Komma beachten: Ist diese kleiner als 5 (0-4), wird abgerundet, ist diese größer oder gleich 5 (5-9), wird aufgerundet. Beispiele:  
 $3,132 \approx 3,13$     $1,4549 \approx 1,45$     $34,768 \approx 34,77$     $13,496 \approx 13,50$
- Irrationale Zahlen sind Zahlen, die man nicht exakt durch Brüche ausdrücken kann. Sie entstehen z.B. beim Wurzelziehen. Ihre Dezimalstellen wiederholen sich nicht periodisch, z.B.  $\sqrt{2} \approx 1,414213562\dots$   
 Die bekannteste irrationale Zahl ist die Zahl  $\pi$  («Pi»), die man zur Kreisberechnung braucht. Inzwischen kennt man von dieser Zahl die ersten 65 Milliarden Stellen hinter dem Komma!
- Ein *Intervall* ist ein Bereich von Zahlen. Die Grenzen können dabei entweder «offen» oder «geschlossen» sein. Beim geschlossenen Intervall gehört die Intervallgrenze noch zum Intervall, beim offenen Intervall nicht mehr.



**Aufgaben**

- a) Schreibe folgende Zahlen als Dezimalzahl und verwende das Periodensymbol, wenn nötig:

$$\frac{1}{4} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{3}{5} \quad \frac{3}{11} \quad \frac{4}{15}$$

- b) Schreibe als Dezimalzahl und runde auf zwei Stellen hinter dem Komma:

$$\frac{1}{3} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{3}{11} \quad \frac{4}{15} \quad \frac{5}{11}$$

- c) Welche der folgenden Behauptungen sind wahr? Begründe, wenn du «falsch» ankreuzst.

$1,\overline{371}$ ist eine irrationale Zahl	<input type="checkbox"/> richtig <input type="checkbox"/> falsch
$-3$ ist eine ganze Zahl	<input type="checkbox"/> richtig <input type="checkbox"/> falsch
Das Quadrat jeder reellen Zahl ist eine ganze Zahl	<input type="checkbox"/> richtig <input type="checkbox"/> falsch
$\sqrt{3}$ ist eine irrationale Zahl	<input type="checkbox"/> richtig <input type="checkbox"/> falsch
$\sqrt{5}$ ist eine reelle Zahl	<input type="checkbox"/> richtig <input type="checkbox"/> falsch

**1.2 Rechnen mit Zahlen und Termen**

- **Addieren/Subtrahieren** darf man nur «gleiche Potenzen». Beispiele:

$$3x + 4x - 2 = 7x - 2 \qquad 2x^2 + 3x^2 + 2x = 5x^2 + 2x \qquad 7x^3 + 2x - 3x^3 = 4x^3 + 2x$$

- Ein Minuszeichen vor einer Klammer dreht alle Vorzeichen in der Klammer um. Beispiele:

$$-(3x - 4) = -3x - (-4) = -3x + 4 \qquad -(4x + 3) = -4x - 3$$

- **Klammern ausmultiplizieren**: Jeder Term in der Klammer wird mit dem Faktor vor der Klammer multipliziert bzw. es gilt das Distributivgesetz:  $(a + b) \cdot (c + d) = a \cdot c + a \cdot d + b \cdot c + b \cdot d$ . Beispiele:

$$a(x + 2y) = a \cdot x + a \cdot 2y = ax + 2ay$$

$$(x - 2) \cdot (3b + x) = x \cdot 3b + x \cdot x - 2 \cdot 3b - 2 \cdot x = 3bx + x^2 - 6b - 2x$$

- **Ausklammern**: Kommt eine Zahl oder Variable in jedem Term oder Summanden vor, kann man sie vor die Klammer ziehen. Beispiele:

$$3x + ax = x(3 + a) \qquad ax - 2ay + a^2 = a(x - 2y + a) \qquad 4x + 6y = 2 \cdot (2x + 3y)$$

- **Binomische Formeln**:

$$1. (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \qquad 2. (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \qquad 3. (a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$$

- **Brüche** können mit der gleichen Zahl erweitert oder gekürzt werden.

**Beispiele:**

$$\frac{11}{33} = \frac{11 \cdot 1}{11 \cdot 3} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{8}{12} = \frac{4 \cdot 2}{4 \cdot 3}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 5} = \frac{10}{15}$$

$$\frac{2}{5} = \frac{2 \cdot 2}{5 \cdot 2} = \frac{4}{10}$$