

Bursch | Stutzmann

Mathe gut erklärt Abitur 2020

Baden-Württemberg
Berufliche Gymnasien

1. Auflage

Freiburger
Verlag



PEFC zertifiziert

Dieses Produkt stammt aus
nachhaltig bewirtschafteten
Wäldern und kontrollierten
Quellen.

www.pefc.de

©2019 Freiburger Verlag GmbH, Freiburg im Breisgau

1. Auflage. Alle Rechte vorbehalten

Gedruckt in Deutschland

www.freiburger-verlag.de

Inhaltsverzeichnis

I.	Analysis	6
1.	Rechenregeln	6
2	Funktionen	12
2.1	Ganzrationale Funktionen (Polynome)	12
2.2	e-Funktionen	14
2.3	Trigonometrische Funktionen	16
2.4	Symmetrie	18
3	Differenzialrechnung	20
3.1	Ableiten (Differenzieren)	20
3.2	Tangente und Normale	22
3.3	Monotonie und Krümmung	24
3.4	Nullstellen, Extrempunkte und Wendepunkte	26
3.5	Zusammenhang von Funktion, erster Ableitung und zweiter Ableitung	28
4	Integralrechnung	30
4.1	Integrieren	30
4.2	Flächeninhaltsberechnung zwischen Kurve und x-Achse	32
4.3	Flächeninhaltsberechnung zwischen zwei Kurven	33
4.4	Mittelwert	34
4.5	Rotationskörper	35
II.	Stochastik	36
1.	Stochastik 1	36
1.1	Baumdiagramme	36
1.2	Pfadregeln	38
1.3	Bedingte Wahrscheinlichkeiten	40
1.4	Zufallsvariable und Erwartungswert	41
2.	Stochastik 2	42
2.1	Fakultät und Binomialkoeffizient	42
2.2	Bernoulliformel und Binomialverteilung	44
2.3	Binomialverteilung und Kumulierte Binomialverteilung	46
2.4	Erwartungswert und Standardabweichung	47
2.5	Sigma-Regeln	48
2.6	Vertrauensintervalle (Konfidenzintervalle)	49

III. Vektorgeometrie	50
1. Rechenregeln	51
2. Geraden und Ebenen	54
2.1 Gerade in Parameterform	54
2.2 Ebene in Parameterform	55
2.3 Ebene in Normalenform	56
2.4 Ebene in Koordinatenform	57
3 Gegenseitige Lage	58
3.1 Gegenseitige Lage zweier Geraden	58
3.2 Gegenseitige Lage von Gerade und Ebene	60
3.3 Gegenseitige Lage zweier Ebenen	63
4 Abstände	66
5 Winkel	72
IV. Matrizen	74
1. Rechenregeln	74
1.1 Addition bzw. Subtraktion	74
1.2 Skalare Multiplikation	74
1.3 Multiplikation von Matrizen	75
1.4 Die inverse Matrix	75
2. Lineare Verflechtungen	76
2.1 Materialverflechtung	76
2.2 Verbrauchs- und Produktionsvektoren	77
2.3 Kosten	77
3 Übergangsprozesse	78
3.1 Stochastische Übergangsprozesse	78
3.2 Zyklische Populationsprozesse	80

Vorwort und Entstehung des Buches

Als Autor dieses Buches habe ich bereits 1982 meine Abiturprüfung abgelegt. Anschließend studierte ich Elektrotechnik an der Technischen Universität in Braunschweig und „Space Systems Engineering“ an der Technischen Universität in Delft (Niederlande).

Seit 1990 bin ich als Ingenieur in der Raumfahrtindustrie beschäftigt und habe an mehreren Erdbeobachtungs- und Forschungssatelliten mitgearbeitet. Nebenbei konnte ich Erfahrungen als Dozent an der Hochschule Ravensburg-Weingarten sammeln.

Inzwischen rückte das Abitur meiner älteren Tochter Franziska immer näher. Allerdings zählte Mathematik nicht gerade zu ihren Lieblingsfächern. Nachdem wir uns einen Überblick über die Abiturprüfung verschafft hatten, wagten wir uns recht schnell an die Aufgaben aus den Abiturprüfungen der vergangenen Jahre.

Hierbei notierten und ordneten wir hilfreiche Formeln und ergänzten diese mit Zeichnungen und Lösungswegen. Im nachfolgenden Jahr machte meine jüngere Tochter Nicola ihr Abitur. Die bestehende Zusammenfassung wurde mit vielen Erklärungen und Beispielen erweitert.

So entstand kapitelweise dieses Buch, welches sich im Freundes- und Bekanntenkreis immer mehr verbreitete. Es beinhaltet eine strukturierte Zusammenfassung aller prüfungsrelevanten Themen.

Wir hoffen, dass unser Buch noch vielen zukünftigen Abiturienten bei ihrer Vorbereitung auf die Abiturprüfung in Mathematik helfen wird.

Stefan Bursch

Das Buch wurde inzwischen vom Freiburger Verlag übernommen und von unserem Autor **Tobias Stutzmann** gemäß **aktueller Informationen** auf die Abiturprüfung am **beruflichen Gymnasium in Baden-Württemberg** angepasst.

Zusätzlich enthält das Buch verständnisfördernde Videos von **Elena Güclü**. Auf diese kann mittels Kurzadresse oder QR-Code zugegriffen werden.

2 Funktionen

2.1 Ganzrationale Funktionen

Eine ganzrationale Funktion vom Grad n hat folgenden Aufbau:

$$f(x) = a \cdot x^n + b \cdot x^{n-1} + \dots$$

Der höchste Exponent n bestimmt den **Grad** der Funktion.

Ganzrationale Funktion 1. Grades

$$f(x) = m \cdot x + c$$

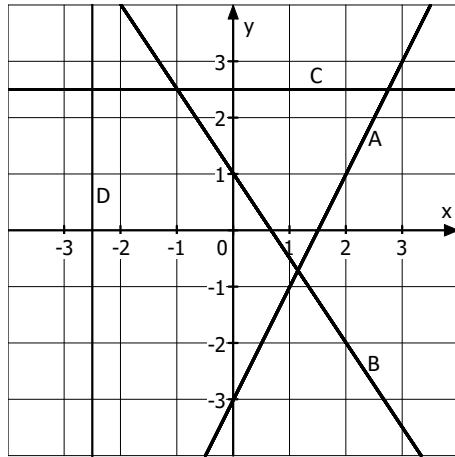
Beispiele

$$f(x) = 2x - 3 \quad (\text{A})$$

$$g(x) = -\frac{3}{2}x + 1 \quad (\text{B})$$

$$h(x) = 2,5 \quad (\text{C})$$

$$x = -2,5 \quad (\text{D})$$



Ganzrationale Funktion 2. Grades

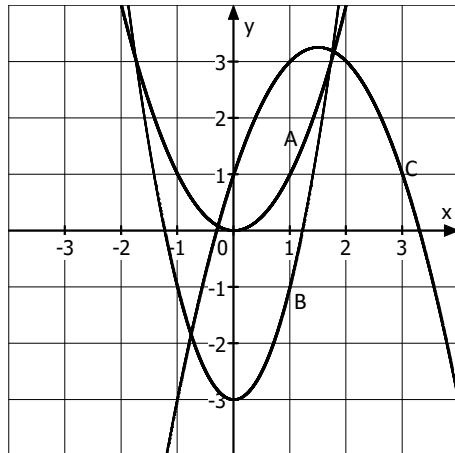
$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

Beispiele

$$f(x) = x^2 \quad (\text{A})$$

$$g(x) = 2x^2 - 3 \quad (\text{B})$$

$$h(x) = -x^2 + 2x + 1 \quad (\text{C})$$



Ganzrationale Funktion 3. Grades

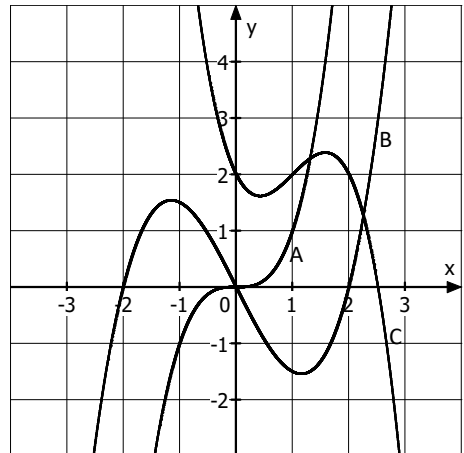
$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

Beispiele

$$f(x) = x^3 \quad (\text{A})$$

$$g(x) = \frac{1}{2}x^3 - 2x \quad (\text{B})$$

$$h(x) = -x^3 + 3x^2 - 2x + 2 \quad (\text{C})$$



Bei $a > 0$ verläuft das Schaubild von „links unten“ nach „rechts oben“.

Bei $a < 0$ verläuft das Schaubild von „links oben“ nach „rechts unten“.

Das Schaubild einer ganzrationalen Funktion ist **punktsymmetrisch zum Ursprung**, wenn der Funktionsterm **nur ungerade Exponenten besitzt**: $f(x) = ax^3 + cx$.

Ganzrationale Funktion 4. Grades

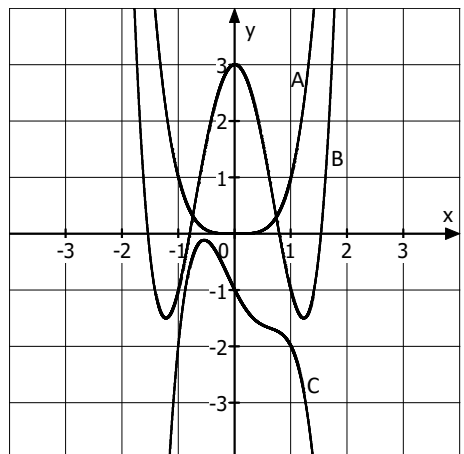
$$f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$$

Beispiele

$$f(x) = x^4 \quad (\text{A})$$

$$g(x) = 2x^4 - 6x^2 + 3 \quad (\text{B})$$

$$h(x) = -2x^4 + 2x^3 + x^2 - 2x - 1 \quad (\text{C})$$



Bei $a > 0$ verläuft das Schaubild von „links oben“ nach „rechts oben“.

Bei $a < 0$ verläuft das Schaubild von „links unten“ nach „rechts unten“.

Das Schaubild einer ganzrationalen Funktion ist **symmetrisch zur y-Achse**, wenn der Funktionsterm **nur gerade Exponenten besitzt**: $f(x) = ax^4 + cx^2 + e$.

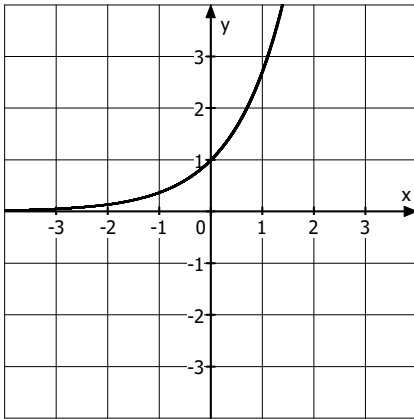


2.2 e-Funktionen

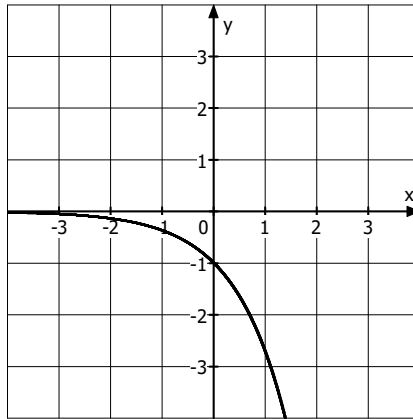
$e \approx 2,718$ wird Eulersche Zahl genannt. Sie ist wie die Zahl π eine irrationale Zahl.

Grundfunktion $f(x) = e^x$ und Spiegelungen

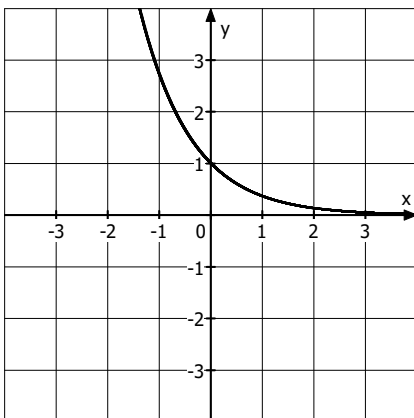
$f(x) = e^x$ (Grundfunktion)



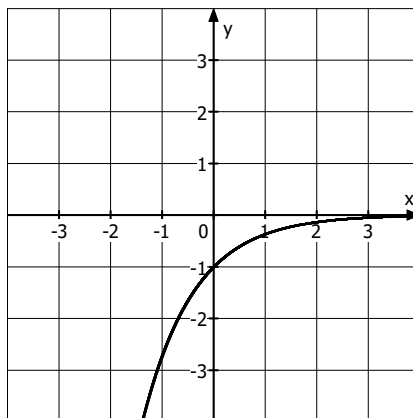
$f(x) = -e^x$ (gespiegelt an x-Achse)



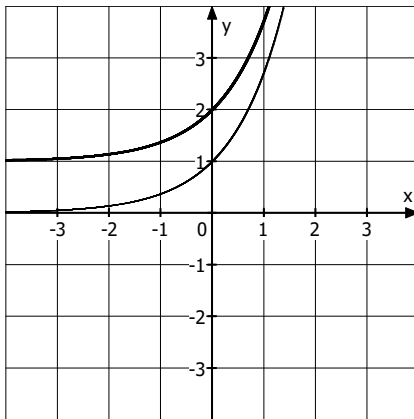
$f(x) = e^{-x}$ (gespiegelt an y-Achse)



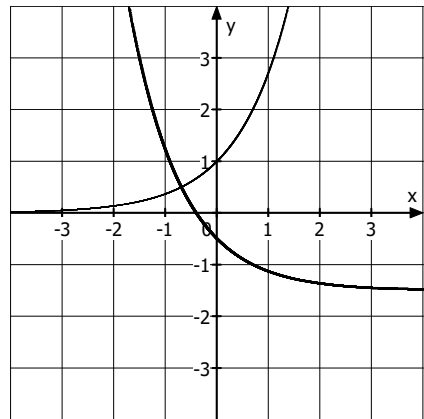
$f(x) = -e^{-x}$ (gespiegelt an beiden Achsen)



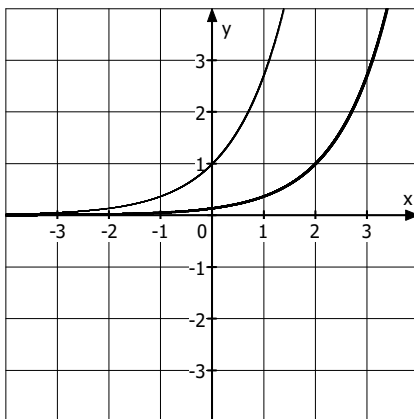
Verschieben und Strecken der Grundfunktion $f(x) = e^x$ (Beispiele)



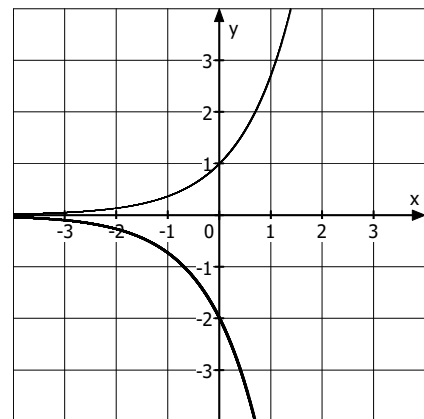
$f(x) = e^x + 1$
 Verschiebung um 1 nach oben;
 (Asymptote ist $y = 1$ für $x \rightarrow -\infty$)



$f(x) = e^{-x} - 1,5$
 Spiegelung an y-Achse;
 Verschiebung um 1,5 nach unten;
 (Asymptote ist $y = -1,5$ für $x \rightarrow +\infty$)



$f(x) = e^{x-2}$
 Verschiebung um 2 nach rechts;
 (Asymptote ist $y = 0$ für $x \rightarrow -\infty$)



$f(x) = -2e^x$
 Spiegelung an x-Achse;
 Streckung um 2 in y-Richtung;
 (Asymptote ist $y = 0$ für $x \rightarrow -\infty$)