Gruber I Neumann

Erfolg im Mathe-Abi 2021

Band 2: Prüfungsaufgaben
Berufliche Gymnasien
Baden-Württemberg

Übungsbuch mit Tipps und Lösungen

Freiburger Verlag

Inhaltsverzeichnis

Erfolg von Anfang an

... ist das Geheimnis eines guten Abiturs.

Das vorliegende Übungsbuch ist speziell auf die Anforderungen des Mathematik-Abiturs an Beruflichen Gymnasien in Baden-Württemberg abgestimmt, welches sich seit 2017 grundlegend geändert hat: Neben einem hilfsmittelfreien Teil, in dem kleinere Aufgaben ohne viel Rechenaufwand zu lösen sind, gibt es einen Teil mit Hilfsmitteln, in dem eine spezielle Merkhilfe und ein wissenschaftlicher Taschenrechner verwendet werden dürfen. Dieses Übungsbuch umfasst die drei großen Themenbereiche Analysis, Stochastik und Lineare Algebra (Vektorgeometrie und Matrizen) sowie die Original-Abituraufgaben ab 2017 und ist für alle beruflichen Gymnasien geeignet. Daneben gibt es vom Freiburger Verlag noch ein Übungsbuch für das grundlegende Wissen für den hilfsmittelfreien Teil sowie Lernkarten, um die wesentlichen Begriffe und Rechenverfahren auf sinnvolle und effektive Art und Weise zu lernen. Die Übungsbücher fördern das Grundwissen und die Grundkompetenzen in Mathematik, vom einfachen Rechnen bis hin zum Verstehen von gedanklichen Zusammenhängen. Die Übungsbücher sind eine Hilfe zum Selbstlernen (learning by doing) und bieten die Möglichkeit, sich intensiv auf die Prüfungen vorzubereiten und gezielt Themen zu vertiefen. Hat man Erfolg bei den grundlegenden Aufgaben, machen Mathematik und das Lernen mehr Spaß.

Bei einigen Aufgaben ist es nötig, den Taschenrechner zu benutzen. Nicht bei allen Rechnerfunktionen ist gleich klar, wie sie aufgerufen werden.

Daher befinden sich im Buch QR-Codes für die entsprechenden Videos, in denen die Funktionen des Tachenrechners kurz erklärt werden. Der QR-Code kann mit einer entsprechenden App gescannt werden. Alternativ lässt sich auch der Link unter dem Code benutzen.

Der Code neben diesem Text verweist beispielsweise auf ein Video zum Bestimmen der kumulierten Binomialverteilung.

frv.tv/df

Der blaue Tippteil

Hat man keine Idee, wie man eine Aufgabe angehen soll, hilft der blaue Tippteil zwischen Aufgaben und Lösungen weiter: Zu jeder Aufgabe gibt es Tipps, die helfen, einen Ansatz zu finden, ohne die Lösung vorwegzunehmen.

Der Ablauf der Abiturprüfung

Die Prüfung dauert 270 Minuten, also $4,5$ Stunden.
Zu Beginn der Prüfung erhalten die Schülerinnen und Schüler alle Aufgaben.
Nach der Abgabe des hilfsmittelfreien Teils erhalten die Schülerinnen und Schüler die zugelassenen Hilfsmittel, z.B. die Merkhilfe und den Taschenrechner ausgehändigt.

Die Abiturprüfung besteht aus **vier Teilen:**

- Teil 1: Hilfsmittelfreier Teil,
- Teil 2: Analysis,
- Teil 3: Stochastik,
- Teil 4: Lineare Algebra (Vektorgeometrie oder Matrizen).

Der hilfsmittelfreie Teil sowie eine innermathematische Aufgabe aus Teil 2 ist von allen Schülerinnen und Schülern zu bearbeiten, eine anwendungsbezogene Aufgabe aus Teil 2 und eine Stochastik-Aufgabe aus Teil 3 können die Schülerinnen und Schüler selbst wählen. Im Teil 4 wird die Aufgabe durch die Lehrkraft ausgewählt. Insgesamt können 90 Punkte erreicht werden.

	Punkte	Aufgabe	Wahlmöglichkeiten
Teil 1	30	Hilfsmittelfreier Teil Analysis (50%), Stochastik (25%), Vektorgeometrie oder Matrizen (25%)	keine
Teil 2	20	Analysis	keine
	10	Anwendungsorientierte Analysis	SchülerIn wählt eine aus drei vorgelegten Aufgaben aus
Teil 3	15	Stochastik	SchülerIn wählt eine aus zwei vorgelegten Aufgaben aus
Teil 4	15	Lineare Algebra: Vektorgeometrie oder Matrizen	keine

Allen Schülerinnen und Schülern, die sich auf das Abitur vorbereiten, wünschen wir viel Erfolg.

Helmut Gruber, Robert Neumann

1 Musteraufgabensatz

Tipps ab Seite 66, Lösungen ab Seite 109

Teil 1 ohne Hilfsmittel

1 Analysis

1.1 Der Graph der Funktion f mit $f(x) = -x^3 + 3x^2 - x - 3$ besitzt einen Wendepunkt.

a) Bestimmen Sie eine Gleichung der Tangente t in diesem Wendepunkt.

b) Berechnen Sie die Koordinaten des Schnittpunkts von t mit der x-Achse.

1.2 Gegeben sind die Schaubilder zweier Funktionen f und g und deren Stammfunktionen F und G sowie den Ableitungsfunktionen f' und g'.
Ordnen Sie jeweils die Schaubilder den entsprechenden Funktionen zu und begründen Sie kurz Ihre Vorgehensweise.

Schaubild 1

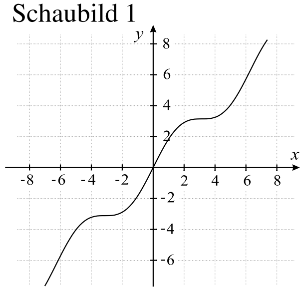


Schaubild 2

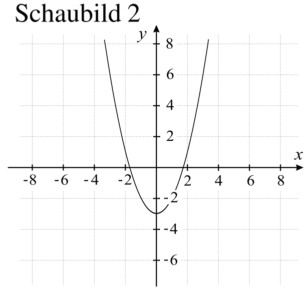


Schaubild 3

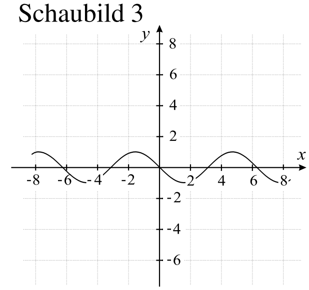


Schaubild 4

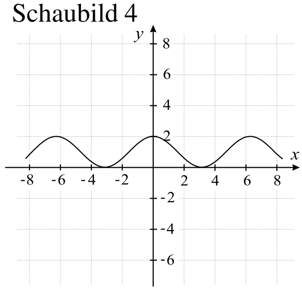


Schaubild 5

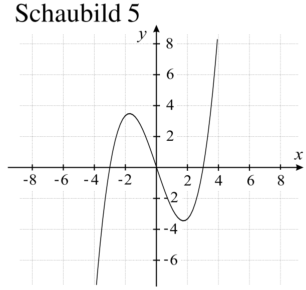
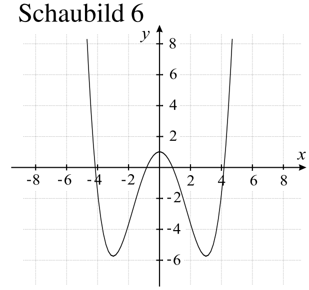
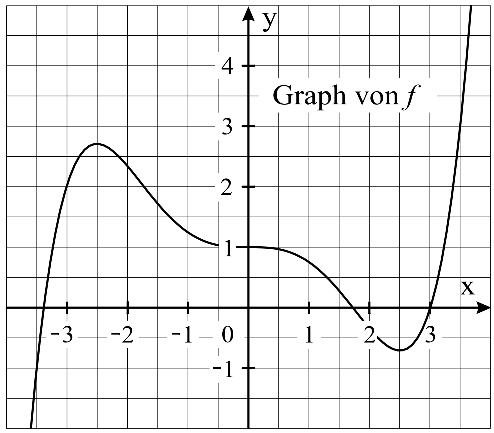


Schaubild 6



1.3 Erläutern Sie anhand einer Skizze, ob der Wert des Integrals $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{3}{2}\pi} \sin(x)\mathrm{d}x$ größer, kleiner oder gleich Null ist.

1.4 Die Abbildung zeigt den Graph einer Funktion f. F ist eine Stammfunktion von f.



Begründen Sie, dass folgende Aussagen wahr sind:

(1) F ist im Bereich $-3 \leqslant x \leqslant 1$ monoton wachsend.

(2) f' hat im Bereich $-3,5 \leqslant x \leqslant 3,5$ drei Nullstellen.

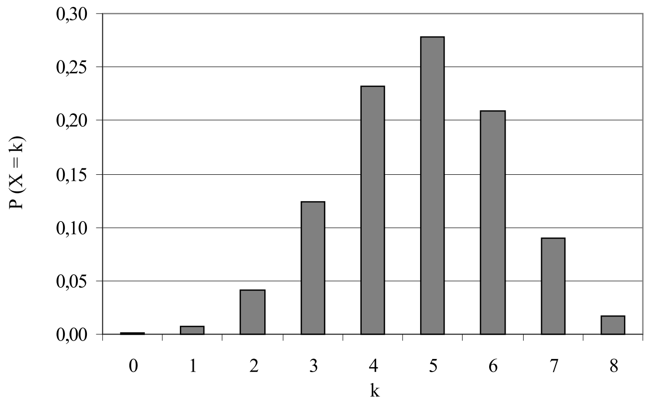
(3) $\int_0^3 f'(x)\mathrm{d}x = -1$

(4) $\mathrm{O}\,(0 \mid 0)$ ist Hochpunkt des Graphen von f'.

2 Stochastik

2.1 Neun Spielkarten (vier Asse, drei Könige und zwei Damen) liegen verdeckt auf dem Tisch.
Peter dreht zwei zufällig gewählte Karten um und lässt sie aufgedeckt liegen.
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit folgender Ereignisse:
A: Es liegt kein Ass aufgedeckt auf dem Tisch.
B: Eine Dame und ein Ass liegen aufgedeckt auf dem Tisch.

2.2 Die Zufallsvariable X ist binomialverteilt mit $n = 8$ und $p = 0,6$.



a) Berechnen Sie $P(X = 1)$.

b) Bestimmen Sie mit Hilfe der Abbildung näherungsweise $P(4 \leqslant X < 6)$ und $P(X \neq 5)$.

2.3 Die Zufallsgröße X kann die Werte 0, 1, 2 und 3 annehmen. Die Tabelle zeigt die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X mit $p_1,\ p_2 \in [0;\ 1]$.

k	0	1	2	3
$P(X = k)$	p_1	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{5}$	p_2

Zeigen Sie, dass der Erwartungswert von X nicht größer als 2,2 sein kann.

3 Lineare Algebra: Wahlgebiet Vektorgeometrie (AG, BTG, SGG, TG, WG)

3.1 Gegeben sind die Ebene $E\colon\ 3x_1 - 4x_3 = -7$ und der Punkt $P(9 \mid -4 \mid 1)$.

a) Berechnen Sie den Abstand des Punktes P von der Ebene E.

b) Der Punkt $S(-1 \mid 1 \mid 1)$ liegt auf E. Bestimmen Sie den Punkt Q auf der Geraden durch S und P, der genauso weit von E entfernt ist wie P.

3.2 Gegeben ist die Pyramide ABCDS mit $A(0 \mid 0 \mid 0)$, $B(4 \mid 4 \mid 2)$, $C(8 \mid 0 \mid 2)$, $D(4 \mid -4 \mid 0)$ und $S(1 \mid 1 \mid -4)$. Die Grundfläche ABCD ist ein Parallelogramm.

a) Weisen Sie nach, dass das Parallelogramm ABCD ein Rechteck ist.

b) Die Kante AS steht senkrecht auf der Grundfläche ABCD. Der Flächeninhalt der Grundfläche beträgt $24\sqrt{2}$.
Ermitteln Sie das Volumen der Pyramide.vspace1mm

Tipps

Das Vektorprodukt

Wenn man einen Vektor $\vec{n}$ sucht, der senkrecht auf zwei gegebenen Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ steht (der Normalenvektor), geschieht dies einfach und schnell mit dem Vektorprodukt:

$$\vec{n} = \left(\vec{a} \times \vec{b}\right) = \begin{pmatrix} a_2b_3 & - & a_3b_2 \\ a_3b_1 & - & a_1b_3 \\ a_1b_2 & - & a_2b_1 \end{pmatrix}$$

Die Merkhilfe dazu:

1. Beide Vektoren werden je zweimal untereinandergeschrieben, dann werden die erste und die letzte Zeile gestrichen.
2. Anschließend wird «über Kreuz» multipliziert. Dabei erhalten die abwärts gerichteten Pfeile ein positives und die aufwärts gerichteten Pfeile ein negatives Vorzeichen.
3. Die einzelnen Komponenten werden subtrahiert – fertig!

$$\begin{array}{cc} \cancel{a_1} & \cancel{b_1} \\ a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \\ a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \\ \cancel{a_3} & \cancel{b_3} \end{array} \qquad \begin{array}{cc} a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \\ a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{array} \Rightarrow \begin{pmatrix} a_2b_3 - a_3b_2 \\ a_3b_1 - a_1b_3 \\ a_1b_2 - a_2b_1 \end{pmatrix}$$

Anmerkung: Der Betrag des senkrecht stehenden Vektors entspricht genau der Flächenmaßzahl des Parallelogramms, das von den beiden Vektoren aufgespannt wird.

Beispiel: Sind $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}$, ergibt sich für den gesuchten Vektor:

$$\begin{array}{cc} \cancel{1} & \cancel{-1} \\ 3 & 4 \\ 2 & 0 \\ 1 & -1 \\ 3 & 4 \\ \cancel{2} & \cancel{0} \end{array} \Rightarrow \begin{array}{cc} 3 & 4 \\ 2 & 0 \\ 1 & -1 \\ 3 & 4 \end{array} \Rightarrow \begin{pmatrix} 3 \cdot 0 - 2 \cdot 4 \\ 2 \cdot (-1) - 1 \cdot 0 \\ 1 \cdot 4 - 3 \cdot (-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 \\ -2 \\ 7 \end{pmatrix}$$

1 Musteraufgabensatz

Teil 1 ohne Hilfsmittel

1 Analysis

1.1 a) Leiten Sie f drei mal ab und bestimmen Sie die Wendestelle x_{W} mit Hilfe der notwendigen Bedingung $f''(x)=0$. Prüfen Sie, ob $f'''(x_{\mathrm{W}}) \neq 0$ ist. Den zugehörigen y-Wert y_{W} erhalten Sie, indem Sie x_{W} in $f(x)$ einsetzen. Die Steigung m_t der Tangente erhalten Sie, indem Sie x_{W} in $f'(x)$ einsetzen. Die Gleichung der Tangente t erhalten Sie mit Hilfe der Punkt-Steigungsform: $y-y_{\mathrm{W}}=m_t\cdot(x-x_{\mathrm{W}})$.

b) Setzen Sie den Term der Tangente im Wendepunkt gleich Null und lösen Sie die Gleichung nach x auf.

1.2 Überlegen Sie, welche Schaubilder die Graphen trigonometrischer Funktionen sind. Betrachten Sie beispielsweise bei $x \approx 3$, welches Schaubild einen Sattelpunkt hat, welches Schaubild die x-Achse berührt (Tiefpunkt) und welches Schaubild eine Nullstelle mit Vorzeichenwechsel von $-$ nach $+$ hat.
Überlegen Sie, welche Schaubilder die Graphen ganzrationaler Funktionen sind und welchen Grad die Funktionen jeweils haben.

1.3 Skizzieren Sie den Graphen von $f(x)=\sin(x)$ im Intervall $\left[-\frac{\pi}{2}\,;\,\frac{3}{2}\pi\right]$. Interpretieren Sie das Integral als Flächeninhalt und überlegen Sie, ob der Flächeninhalt der Fläche oberhalb der x-Achse größer ist als der Flächeninhalt der Fläche unterhalb der x-Achse.

1.4 (1) Beachten Sie, dass der Graph von f die Steigung des Graphen von F beschreibt. Eine Funktion F ist monoton wachsend, wenn gilt: $\mathrm{F}'(x) \geqslant 0$.

(2) Überlegen Sie, an welchen Stellen der Graph von f Punkte mit waagerechter Tangente hat. Daraus können Sie folgern, dass f' an diesen Stellen Nullstellen hat.

(3) Verwenden Sie die Tatsache, dass f eine Stammfunktion von f' ist und berechnen Sie das Integral mit Hilfe des Hauptsatzes der Differential- und Integralrechnung: $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=\mathrm{F}(b)-\mathrm{F}(a)$.

(4) Überlegen Sie, ob der Graph von f bei $x=0$ einen Wendepunkt hat und wie groß die Steigung an dieser Stelle ist. Beachten Sie, dass der Graph von f für $-1 \leqslant x < 0$ und für $0 < x \leqslant 1$ eine negative Steigung hat.

2 Stochastik

2.1 Beachten Sie, dass es sich beim Aufdecken zweier Karten um «Ziehen ohne Zurücklegen» handelt. Bezeichnen Sie mit a: Ass wird aufgedeckt und mit ā: Ass wird nicht aufgedeckt und zeichnen Sie das zugehörige Baumdiagramm. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit für das Aufdecken eines Asses bzw. eines Nicht-Asses. Beachten Sie, dass sich die Wahrscheinlichkeiten beim Aufdecken der 2. Karte ändern. Die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis A erhalten Sie mit der 1. Pfadregel (Produktregel).
Bezeichnen Sie mit a: Ass wird gezogen, mit d: Dame wird gezogen und mit k: König wird gezogen, und zeichnen Sie das zugehörige Baumdiagramm mit den entsprechenden Wahrscheinlichkeiten. Beachten Sie, dass sich die Wahrscheinlichkeiten beim Aufdecken der 2. Karte ändern. Die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis B erhalten Sie mit der 1. und 2. Pfadregel (Produkt- und Summenregel).

2.2 a) Um $P(X = 1)$ zu berechnen, bestimmen Sie zuerst k. Verwenden Sie dann die Bernoulli-Formel $P(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1 - p)^{n-k}$.
b) Überlegen Sie, welche Wahrscheinlichkeiten addiert werden müssen.

2.3 Bestimmen Sie den Erwartungswert von X, indem Sie die Werte von X mit der zugehörigen Wahrscheinlichkeit multiplizieren und die Ergebnisse addieren. Überlegen Sie, welchen Wert p_2 höchstens annehmen kann und bestimmen Sie damit den Maximalwert des Erwartungswerts.

3 Lineare Algebra: Wahlgebiet Vektorgeometrie (AG, BTG, SGG, TG, WG)

3.1 a) Den Abstand $d(P; E)$ des Punktes P von der Ebene E erhalten Sie mit Hilfe der Abstandsformel: $d(P; E) = \frac{|a \cdot p_1 + b \cdot p_2 + c \cdot p_3 - d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$, wobei $\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ ein Normalenvektor von E ist.
Alternativ können Sie auch eine Lotgerade von Punkt P auf die Ebene E aufstellen und diese mit E schneiden. Anschließend berechnen Sie die Länge des Verbindungsvektors von P zum Schnittpunkt.
b) Skizzieren Sie die Problemstellung.
Die Koordinaten des Punktes Q erhalten Sie mit Hilfe einer Vektorkette.

3.2 a) Skizzieren Sie das Viereck ABCD. Um nachzuweisen, dass das Viereck ABCD ein Parallelogramm ist, bestimmen Sie die Verbindungsvektoren der Seiten des Vierecks. Falls gegenüberliegende Vektoren gleich sind, handelt es sich um ein Parallelo-

1 Musteraufgabensatz

Teil 1 ohne Hilfsmittel

1 Analysis

1.1 a) Zur Bestimmung des Wendepunkts des Graphen von $f(x) = -x^3 + 3x^2 - x - 3$ leitet man f drei mal ab und setzt die zweite Ableitung gleich Null:

$$f'(x) = -3x^2 + 6x - 1$$
$$f''(x) = -6x + 6$$
$$f'''(x) = -6$$

Die notwendige Bedingung $f''(x) = 0$ führt zu:

$$-6x + 6 = 0 \Rightarrow x_{\mathrm{W}} = 1$$

Wegen $f'''(1) = -6 \neq 0$ handelt es sich um eine Wendestelle.
Den zugehörigen y-Wert y_{W} erhält man, indem man $x_{\mathrm{W}} = 1$ in $f(x)$ einsetzt:

$$y_{\mathrm{W}} = -1^3 + 3 \cdot 1^2 - 1 - 3 = -2 \Rightarrow \mathrm{W}(1 \mid -2)$$

Die Steigung m_t der Tangente erhält man, indem man $x_{\mathrm{W}} = 1$ in $f'(x)$ einsetzt:

$$m_t = f'(1) = -3 \cdot 1^2 + 6 \cdot 1 - 1 = 2$$

Die Gleichung der Tangente t in W erhält man mit Hilfe der Punkt-Steigungsform:

$$t: y - y_{\mathrm{W}} = m_t \cdot (x - x_{\mathrm{W}})$$
$$t: y - (-2) = 2 \cdot (x - 1)$$
$$t: y = 2x - 4$$

Die Tangente im Wendepunkt $\mathrm{W}(1 \mid -2)$ hat damit die Gleichung $y = 2x - 4$.

b) Die Koordinaten des Schnittpunkts S der Tangente t in W mit der x-Achse erhält man, indem man den Term von t gleich Null setzt:

$$2x - 4 = 0 \Rightarrow x = 2$$

Somit hat der Schnittpunkt S die Koordinaten $\mathrm{S}(2 \mid 0)$.

1.2 Gegeben sind die folgenden Schaubilder:

Schaubild 1

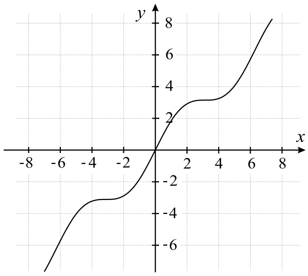


Schaubild 2

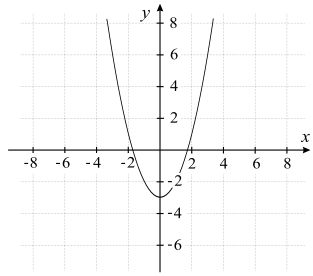


Schaubild 3

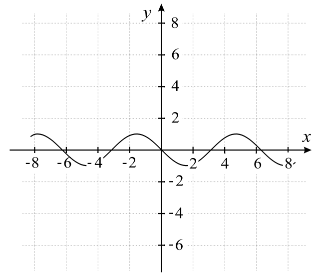


Schaubild 4

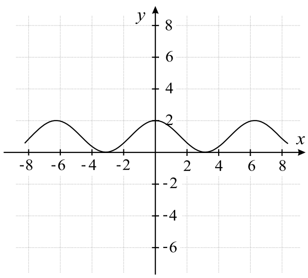


Schaubild 5

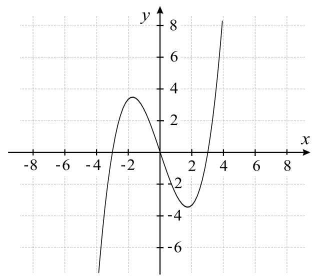
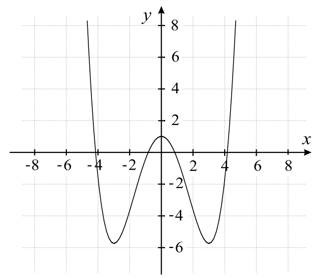
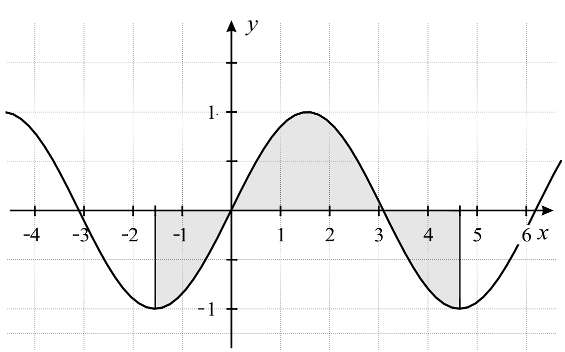


Schaubild 6



Die Schaubilder 1, 3 und 4 sind die Graphen trigonometrischer Funktionen.
Ist das Schaubild 4 der Graph einer Funktion f, so ist Schaubild 1 der Graph der zugehörigen Stammfunktion F und Schaubild 3 der Graph der zugehörigen Ableitungsfunktion f', da beispielsweise bei $x \approx 3$ Schaubild 1 einen Sattelpunkt hat, Schaubild 4 die x-Achse berührt (Tiefpunkt) und Schaubild 3 eine Nullstelle mit Vorzeichenwechsel von $-$ nach $+$ hat.
Die Schaubilder 2, 5 und 6 sind die Graphen ganzrationaler Funktionen.
Ist das Schaubild 5 der Graph einer Funktion g, so ist Schaubild 6 der Graph der zugehörigen Stammfunktion G und Schaubild 2 der Graph der zugehörigen Ableitungsfunktion g', da der Graph von Schaubild 5 den Grad 3 hat, während Schaubild 6 den Grad 4 und Schaubild 2 den Grad 2 hat.

1.3



Mit Hilfe des Integrals

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{3}{2}\pi} \sin(x)\mathrm{d}x$$

wird der Flächeninhalt zwischen dem Graphen von $f(x) = \sin(x)$ und der x-Achse im Intervall $\left[-\frac{\pi}{2}\,;\,\frac{3}{2}\pi\right]$ berechnet.
Da der Flächeninhalt der Fläche oberhalb der x-Achse gleich groß ist wie der Flächeninhalt der Fläche unterhalb der x-Achse, ist der Wert des Integrals gleich Null.

1.4 (1) Der Graph von f beschreibt die Steigung des Graphen von F.
Da der Graph von f für $-3 \leqslant x \leqslant 1$ oberhalb der x-Achse verläuft, gilt:
$\mathrm{F}'(x) = f(x) \geqslant 0$. Damit ist F für $-3 \leqslant x \leqslant 1$ monoton wachsend.

(2) Der Graph von f besitzt einen Hochpunkt bei $x = -2{,}5$, einen Sattelpunkt bei $x = 0$ und einen Tiefpunkt bei $x = 2{,}5$. Also gibt es drei waagerechte Tangenten mit Steigung Null, so dass die Ableitungsfunktion f' für $-3{,}5 \leqslant x \leqslant 3{,}5$ drei Nullstellen hat.

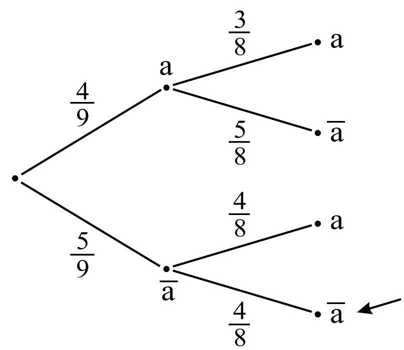
(3) Da f eine Stammfunktion von f' ist, ergibt sich für das Integral:

$$\begin{aligned}\int_0^3 f'(x)\mathrm{d}x &= \Big[f(x)\Big]_0^3 \\ &= f(3) - f(0) \\ &= 0 - 1 \\ &= -1\end{aligned}$$

(4) Der Graph von f hat bei $x = 0$ einen Wendepunkt mit der Steigung Null, also einen Sattelpunkt.
Damit hat der Graph von f' bei $x = 0$ einen Extrempunkt mit y-Wert Null.
Für $-1 \leqslant x < 0$ hat der Graph von f eine negative Steigung, für $x = 0$ ist sie Null und für $0 < x \leqslant 1$ ist sie wieder negativ. Damit hat f' an der Stelle $x = 0$ ein Maximum.
Somit ist $\mathrm{O}(0 \mid 0)$ Hochpunkt des Graphen von f'.

2 Stochastik

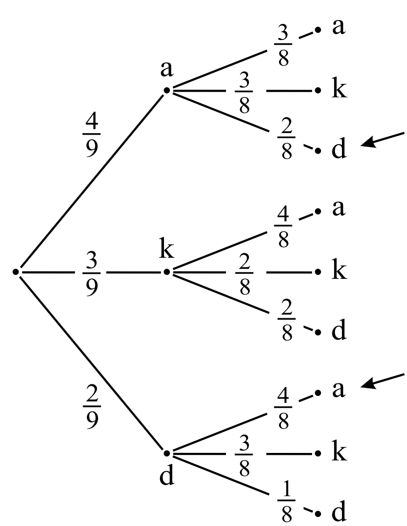
2.1 Wenn Peter zwei zufällig gewählte Karten von neun Spielkarten (vier Asse, drei Könige und zwei Damen) umdreht, handelt es sich um «Ziehen ohne Zurücklegen».
Für die Berechnung der Wahrscheinlichkeit für das Ereignis A: «Es liegt kein Ass aufgedeckt auf dem Tisch» kann man sich mit Hilfe eines Baumdiagrammes folgendes überlegen:
Bezeichnet man mit a: Ass wird aufgedeckt und mit ā: Ass wird nicht aufgedeckt, so erhält man folgendes Baumdiagramm:



Da vier Asse und fünf Nicht-Asse vorhanden sind, beträgt die Wahrscheinlichkeit für ein Nicht-Ass beim Aufdecken der ersten Karte $\frac{5}{9}$. Da beim Aufdecken der zweiten Karte nur noch vier Nicht-Asse von insgesamt 8 Karten vorhanden sind, beträgt die Wahrscheinlichkeit für ein Nicht-Ass beim Aufdecken der zweiten Karte $\frac{4}{8}$.
Die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis A: «Es liegt kein Ass aufgedeckt auf dem Tisch» erhält man mit Hilfe der 1. Pfadregel (Produktregel):

$$P(A) = P(\text{kein Ass}) = P(\bar{a}\bar{a}) = \frac{5}{9} \cdot \frac{4}{8} = \frac{5}{18}$$

Die Wahrscheinlichkeit, dass kein Ass aufgedeckt auf dem Tisch liegt, beträgt $\frac{5}{18}$.
Für die Berechnung der Wahrscheinlichkeit für das Ereignis B: «Eine Dame und ein Ass liegen aufgedeckt auf dem Tisch» kann man sich mit Hilfe eines Baumdiagrammes folgendes überlegen:
Bezeichnet man mit a: Ass wird gezogen, mit d: Dame wird gezogen und mit k: König wird gezogen, so erhält man folgendes Baumdiagramm:



Da vier Asse, drei Könige und zwei Damen, also insgesamt neun Karten vorhanden sind, beträgt die Wahrscheinlichkeit beim Aufdecken der 1. Karte für Ass (a): $\frac{4}{9}$, für König (k): $\frac{3}{9}$ und für Dame (d): $\frac{2}{9}$. Danach sind nur noch 8 Karten vorhanden und die Wahrscheinlichkeiten beim Aufdecken der 2. Karte hängen jeweils davon ab, welche Karte beim ersten Mal aufgedeckt wurde.
Die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis B: «Eine Dame und ein Ass liegen aufgedeckt auf dem Tisch» erhält man mit der 1. und 2. Pfadregel (Produkt- und Summenregel):

$$P(B) = P(ad) + P(da) = \frac{4}{9} \cdot \frac{2}{8} + \frac{2}{9} \cdot \frac{4}{8} = \frac{1}{9} + \frac{1}{9} = \frac{2}{9}$$

Die Wahrscheinlichkeit, dass eine Dame und ein Ass aufgedeckt auf dem Tisch liegen, beträgt $\frac{2}{9}$.

2.2 a) Da die Zufallsvariable X binomialverteilt ist mit $p = 0,6$ und $n = 8$, gilt:

$$P(X = 1) = \binom{8}{1} \cdot 0,6^1 \cdot (1 - 0,6)^7 = \frac{8}{1} \cdot 0,6 \cdot 0,4^7 = 4,8 \cdot 0,4^7$$

b) Anhand der gegebenen Abbildung kann man folgende Wahrscheinlichkeiten ablesen:

$$P(X = 4) \approx 0,23$$
$$P(X = 5) \approx 0,28$$

Damit gilt:

$$P(4 \leqslant X < 6) = P(X = 4) + P(X = 5) \approx 0,23 + 0,28 = 0,51$$

und

$$P(X \neq 5) = 1 - P(X = 5) \approx 1 - 0,28 = 0,72$$

2.3 Um zu zeigen, dass der Erwartungswert von X nicht größer als 2,2 sein kann, bestimmt man den Erwartungswert von X:

$$E(X) = 0 \cdot p_1 + 1 \cdot \frac{3}{10} + 2 \cdot \frac{1}{5} + 3 \cdot p_2 = \frac{7}{10} + 3 \cdot p_2$$

Wegen $p_2 \leqslant 1 - \frac{3}{10} - \frac{1}{5} = \frac{1}{2}$ gilt:

$$E(X) \leqslant \frac{7}{10} + 3 \cdot \frac{1}{2} = 2,2$$

Somit kann der Erwartungswert von X nicht größer als 2,2 sein.