

Becker | Brucker

# Erfolg in Mathe 2016

Realschulabschluss  
Baden-Württemberg  
Wahlteil

Übungsbuch mit  
Tipps und Lösungen

**Freiburger**  
Verlag

The logo for Freiburger Verlag consists of the word "Freiburger" in a bold, black, sans-serif font, positioned above the word "Verlag" in a regular, black, sans-serif font. The text is contained within a white rectangular box with a thin black border. The box is slightly offset to the right and bottom, creating a layered effect.

# Inhaltsverzeichnis

## Vorwort

<b>Aufgaben</b>	<b>5</b>
1 Algebra . . . . .	5
2 Lineare und quadratische Funktionen . . . . .	6
3 Trigonometrie . . . . .	9
4 Stereometrie . . . . .	13
5 Daten und Zufall . . . . .	18
<b>Tipps</b>	<b>21</b>
1 Algebra . . . . .	21
2 Lineare und quadratische Funktionen . . . . .	21
3 Trigonometrie . . . . .	24
4 Stereometrie . . . . .	26
5 Daten und Zufall . . . . .	29
<b>Lösungen</b>	<b>31</b>
1 Algebra . . . . .	31
2 Lineare und quadratische Funktionen . . . . .	35
3 Trigonometrie . . . . .	45
4 Stereometrie . . . . .	53
5 Daten und Zufall . . . . .	67
<b>Original-Prüfungsaufgaben</b>	<b>73</b>
1 Allgemeine Hinweise . . . . .	73
2 Wahlteil 2013 . . . . .	74
3 Wahlteil 2014 . . . . .	92
4 Wahlteil 2015 . . . . .	108

# Vorwort

## Erfolg von Anfang an

... ist das Geheimnis einer erfolgreichen Mathe-Prüfung.

Mit diesem Übungsbuch erhältst du eine optimale Vorbereitung für deine Abschlussprüfung zur Mittleren Reife. Die Inhalte sind speziell auf die grundlegenden Anforderungen im Wahlteil der Abschlussprüfung an Realschulen in Baden-Württemberg abgestimmt. Du findest zu jedem der sechs Themenschwerpunkte Algebra, Lineare und quadratische Funktionen, Trigonometrie, Stereometrie sowie Daten und Zufall passende Aufgaben, hilfreiche Tipps und ausführliche Lösungen – und das alles in einem Buch!

## Zum Aufbau dieses Übungsbuches

Dieses Übungsbuch untergliedert sich in vier Teile:

Im ersten Teil des Buches findest du zu allen prüfungsrelevanten Themenbereichen (Algebra, Funktionen, Trigonometrie, Stereometrie, Daten und Zufall) Aufgaben auf Niveau des Wahlteiles. Der zweite Teil ist der blau hervorgehobene Tippteil, den du aufschlägst, wenn du mit einer der Aufgaben nicht zurechtkommst. Hier findest du Vorschläge, wie du zur Lösung kommen kannst, ohne dass die eigentliche Lösung vorweggenommen wird.

Im dritten Teil, dem Lösungsteil, findest du ausführliche Lösungen aller Aufgaben. Bei den Lösungen der Aufgaben wurden Zwischenergebnisse und Ergebnisse auf zwei Nachkommastellen gerundet. Wenn du mit genaueren Werten und ohne Verwendung von Zwischenergebnissen rechnest, weichen deine Endergebnisse eventuell etwas von den hier angegebenen ab.

Schließlich erwarten dich im vierten und letzten Teil des Buches die Original-Wahlteile der letzten drei Jahre mit Tipps und ausführlichen Lösungen.

## Wie arbeitest du mit diesem Buch?

Mathe lernen bedeutet Übungsaufgaben rechnen! Dieses Buch bietet dir viele Möglichkeiten die gelernte Theorie zu üben und zu vertiefen.

Die Aufgaben in den einzelnen Kapiteln sind jeweils mit einem Quadrat  $\square$  markiert.

Hake sie ab, wenn du sie erledigt hast  – so behältst du leicht den Überblick!

## Aufbau der schriftlichen Realschul-Abschlussprüfung in Mathematik

### ☞ *Arbeitszeit*

Die Arbeitszeit beträgt 180 Minuten (3 Zeitstunden).

### ☞ *Hilfsmittel*

Die Benutzung einer in der Schule eingeführten Formelsammlung, eines nicht programmierbaren elektronischen Taschenrechners sowie die Verwendung von Parabelschablone und Zeichengeräten sind erlaubt.

### ☞ *Themen*

Die Aufgaben werden in den Bereichen Algebra, Funktionen, Trigonometrie, Stereometrie, Sachrechnen sowie Daten und Zufall gestellt.

### ☞ *Pflichtteil*

Der Pflichtteil umfasst sechs bis acht Aufgaben. Es sind alle Aufgaben zu bearbeiten. Im Pflichtbereich werden Grundkenntnisse und Grundfertigkeiten sowie grundlegende Lösungsstrategien geprüft.

### ☞ *Wahlteil*

Die Lehrperson erhält vier Aufgaben und wählt drei davon aus, welche die Schülerinnen und Schüler zur Bearbeitung erhalten. Jede Schülerin und jeder Schüler bearbeitet zwei der drei bereitgestellten Aufgaben. Bearbeiten die Schülerinnen und Schüler mehr als zwei Aufgaben, werden die beiden besten gewertet. Die Aufgaben des Wahlteils stellen erhöhte Ansprüche bezüglich der Lösungsstrategien und Begründungen.

### ☞ *Punktzahl*

Insgesamt können 50 Punkte erreicht werden; dabei entfallen 30 Punkte auf den Pflichtteil und 20 Punkte auf den Wahlteil.

Wir möchten uns an dieser Stelle bei den vielen Schülerinnen und Schülern, welche uns bei der Erstellung der Lösungen tatkräftig unterstützt haben, ganz herzlich bedanken und wünschen allen, die sich auf die Abschlussprüfung vorbereiten, viel Erfolg.

Wolfgang Becker und Katharina Brucker

# Aufgaben

## 1 Algebra

*Tipps im blauen Tippteil ab Seite 21; Lösungen im Lösungsteil ab Seite 31*

☞ Bei Original-Prüfungsaufgaben ist hinter der Aufgabenstellung das Jahr der Prüfung angegeben.

### Gleichungen

☞ Du solltest Bruchgleichungen, wie du sie bereits aus dem Pflichtteil kennst, lösen können. Wenn du Spaß am Umformen und Berechnen komplizierterer Bruchgleichungen hast, kannst du dich hier austoben.

a) Bestimmen Sie die Definitionsmenge und die Lösungsmenge der Gleichung (2004 W2b):

$$\frac{x^2 + 25x + 100}{2x^2 + 20x + 50} = \frac{2x + 3}{x + 5} - \frac{x - 6}{2x + 10}$$

b) Bestimmen Sie die Definitionsmenge und die Lösungsmenge der Gleichung (2005 W2b):

$$\frac{-2x^2 + 57x - 21}{6(x - 4)(x + 3)} = \frac{2x + 1}{3x - 12} - \frac{3x - 1}{2x + 6}$$

c) Bestimmen Sie die Definitionsmenge und die Lösungsmenge der Gleichung (2006 W2b):

$$\frac{4(2x^2 - 4x - 1)}{3x^2 - 12} = \frac{x + 1}{x + 2} - \frac{2x - 3}{3x - 6}$$

d) Bestimmen Sie die Definitionsmenge und die Lösungsmenge der Gleichung (2007 W2b):

$$\frac{24x^2 - 5x - 26}{(6x + 4)(3x - 2)} = \frac{4x - 5}{3x - 2} - \frac{2x + 3}{2(3x + 2)}$$

☞ Bruchgleichungen kamen im Wahlteil der Abschlussprüfung zuletzt 2007 vor!

# Tipps

## 1 Algebra

### Gleichungen

Die Gleichungen a) - d) sind Bruchgleichungen. Wenn du unsicher bist, lies dir noch einmal die zur Lösung notwendigen Rechenschritte durch und beachte ihre Reihenfolge.

Auch wenn die Versuchung noch so groß ist, darfst du aus den Differenzen und Summen im Zähler und Nenner **niemals** kürzen. Du musst erst faktorisieren. Faktorisiere in jeder Aufgabe zunächst alle Einzelnenner und bestimme wie oben beschrieben jeweils den Hauptnenner. Diese sind:

a)  $2(x+5)^2$

b)  $2 \cdot 3 \cdot (x-4)(x+3)$

c)  $3(x+2)(x-2)$

d)  $2(3x+2)(3x-2)$

## 2 Lineare und quadratische Funktionen

a) (2001 W3a)

Die Gleichungen von  $p_1$  und  $p_2$  erhältst du jeweils mit der Punktprobe.

Bestimme die Schnittpunkte durch Gleichsetzen der Funktionsterme.

Für die Zeichnung bringst du  $p_1$  durch quadratisches Ergänzen in die Scheitelform und verwendest anschließend eine Schablone. Für  $p_2$  musst du eine Wertetabelle aufstellen.

b) (2003 W1b)

Zeichne die gegebenen Punkte in ein Koordinatensystem ein und verbinde sie mit dem Koordinatenursprung O zu einem rechtwinkligen Dreieck. Mit Hilfe des Tangens kannst du den Winkel  $\alpha$  und die Länge  $y_B$  zueinander in Beziehung setzen. Damit bestimmst du die Werte der Wertetabelle und skizzierst das Schaubild.

Der Flächeninhalt des Dreiecks bestimmst du mit  $A = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot y_B$ . Die Werte für  $y_B$  erhältst du durch Umstellen der bereits aufgestellten Gleichung (Tangens).

c) (2004 W4a)

(a) Hier liegt eine Normalparabel vor. Verwende die Scheitelform.

(b) Die Gerade hat die Steigung  $m = -\frac{1}{5}$  und den  $y$ -Achsenabschnitt  $b = 3$ .

(c) Die Gerade hat die Steigung  $m = -3$  und den  $y$ -Achsenabschnitt  $b = 2$ .

(d) Hier liegt eine Normalparabel vor. Verwende die Scheitelform und multipliziere aus.

# Lösungen

## 1 Algebra

### Gleichungen

a) (2004 W2b)

Bestimmen Sie die Definitionsmenge und die Lösungsmenge der Gleichung:

$$\frac{x^2 + 25x + 100}{2x^2 + 20x + 50} = \frac{2x + 3}{x + 5} - \frac{x - 6}{2x + 10}$$

**Faktorisieren** der Nenner ergibt:

$$\frac{x^2 + 25x + 100}{2(x + 5)^2} = \frac{2x + 3}{x + 5} - \frac{x - 6}{2(x + 5)}$$

Man bestimmt den **Hauptnenner**  $2(x + 5)^2$  und die **Definitionsmenge**  $\mathbb{R} \setminus \{-5\}$  und berechnet:

$$\begin{aligned} \frac{x^2 + 25x + 100}{2(x + 5)^2} &= \frac{2x + 3}{x + 5} - \frac{x - 6}{2(x + 5)} \\ \Rightarrow \frac{(x^2 + 25x + 100) \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{(x + 5)^2}}{\cancel{2}(x + 5)^2} &= \frac{(2x + 3) \cdot 2 \cdot \cancel{(x + 5)^2}}{\cancel{(x + 5)}} - \frac{(x - 6) \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{(x + 5)^2}}{\cancel{2}(x + 5)} \\ \Rightarrow x^2 + 25x + 100 &= 2(2x + 3)(x + 5) - (x - 6)(x + 5) \\ \Rightarrow x^2 + 25x + 100 &= 4x^2 + 26x + 30 - x^2 + x + 30 \\ \Rightarrow -2x^2 - 2x + 40 &= 0 \quad | : (-2) \\ \Rightarrow x^2 + x - 20 &= 0 \end{aligned}$$

Mit der pq-Formel erhält man:

$$\begin{aligned} x_{1,2} &= -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + 20} = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{80}{4}} = -\frac{1}{2} \pm \frac{9}{2} \\ \Rightarrow x_1 &= \frac{8}{2} = 4, \quad x_2 = -\frac{10}{2} = -5 \end{aligned}$$

$x_1$  liegt in der Definitionsmenge,  $x_2$  aber nicht. Also ist  $\mathbb{L} = \{4\}$ .

b) (2005 W2b)

Bestimmen Sie die Definitionsmenge und die Lösungsmenge der Gleichung

$$\frac{-2x^2 + 57x - 21}{6(x-4)(x+3)} = \frac{2x+1}{3x-12} - \frac{3x-1}{2x+6}$$

**Faktorisieren** der Nenner ergibt:

$$\frac{-2x^2 + 57x - 21}{6(x-4)(x+3)} = \frac{2x+1}{3(x-4)} - \frac{3x-1}{2(x+3)}$$

Man bestimmt den **Hauptnenner**  $2 \cdot 3 \cdot (x-4)(x+3)$  und die **Definitionsmenge**  $\mathbb{R} \setminus \{-3; 4\}$  und berechnet:

$$\begin{aligned} & \frac{-2x^2 + 57x - 21}{6(x-4)(x+3)} = \frac{2x+1}{3(x-4)} - \frac{3x-1}{2(x+3)} \\ \Rightarrow & \frac{(-2x^2 + 57x - 21) \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{(x-4)} \cdot (x+3)}{\cancel{6} \cdot \cancel{(x-4)} \cdot (x+3)} \\ & = \frac{(2x+1) \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{(x-4)} \cdot (x+3)}{\cancel{3} \cdot \cancel{(x-4)}} - \frac{(3x-1) \cdot \cancel{2} \cdot 3 \cdot (x-4) \cdot \cancel{(x+3)}}{\cancel{2} \cdot (x+3)} \\ \Rightarrow & -2x^2 + 57x - 21 = 2(2x+1)(x+3) - 3(3x-1)(x-4) \\ \Rightarrow & -2x^2 + 57x - 21 = 4x^2 + 14x + 6 - 9x^2 + 39x - 12 \\ \Rightarrow & 3x^2 + 4x - 15 = 0 \quad |:3 \\ \Rightarrow & x^2 + \frac{4}{3}x - 5 = 0 \end{aligned}$$

Mit der pq-Formel erhält man

$$\begin{aligned} x_{1,2} &= -\frac{2}{3} \pm \sqrt{\frac{4}{9} + 5} = -\frac{2}{3} \pm \sqrt{\frac{4}{9} + \frac{45}{9}} = -\frac{2}{3} \pm \frac{7}{3} \\ \Rightarrow x_1 &= \frac{5}{3}; \quad x_2 = -\frac{9}{3} = -3 \end{aligned}$$

 $x_1$  liegt in der Definitionsmenge,  $x_2$  aber nicht. Also ist  $\mathbb{L} = \{\frac{5}{3}\}$ .

c) (2006 W2b)

Bestimmen Sie die Definitionsmenge und die Lösungsmenge der Gleichung:

$$\frac{4(2x^2 - 4x - 1)}{3x^2 - 12} = \frac{x+1}{x+2} - \frac{2x-3}{3x-6}$$

**Faktorisieren** der Nenner ergibt:

$$\frac{4(2x^2 - 4x - 1)}{3(x+2)(x-2)} = \frac{x+1}{x+2} - \frac{2x-3}{3(x-2)}$$

Man bestimmt den **Hauptnenner**  $3(x+2)(x-2)$  und die **Definitionsmenge**  $\mathbb{R} \setminus \{-2; 2\}$  und berechnet:

$$\begin{aligned} & \frac{4(2x^2 - 4x - 1)}{3(x+2)(x-2)} = \frac{x+1}{x+2} - \frac{2x-3}{3(x-2)} \\ \Rightarrow & \frac{4(2x^2 - 4x - 1) \cdot \cancel{\beta} \cdot \cancel{(x+2)} \cdot \cancel{(x-2)}}{\cancel{\beta} \cdot \cancel{(x+2)} \cdot \cancel{(x-2)}} \\ & = \frac{(x+1) \cdot 3 \cdot \cancel{(x+2)} \cdot (x-2)}{x+2} - \frac{(2x-3) \cdot \cancel{\beta} \cdot (x+2) \cdot \cancel{(x-2)}}{\cancel{\beta} \cdot \cancel{(x-2)}} \\ \Rightarrow & 4(2x^2 - 4x - 1) = 3(x+1)(x-2) - (x+2)(2x-3) \\ \Rightarrow & 8x^2 - 16x - 4 = 3x^2 - 3x - 6 - 2x^2 - x + 6 \\ \Rightarrow & 7x^2 - 12x - 4 = 0 \quad |:7 \\ \Rightarrow & x^2 - \frac{12}{7}x - \frac{4}{7} = 0 \end{aligned}$$

Mit der pq-Formel erhält man:

$$\begin{aligned} x_{1,2} &= \frac{6}{7} \pm \sqrt{\frac{36}{49} + \frac{4}{7}} = \frac{6}{7} \pm \sqrt{\frac{36}{49} + \frac{28}{49}} = \frac{6}{7} \pm \frac{8}{7} \\ \Rightarrow & x_1 = \frac{14}{7} = 2, \quad x_2 = -\frac{2}{7} \end{aligned}$$

 $x_1$  liegt nicht in der Definitionsmenge, wohl aber  $x_2$ . Also ist  $\mathbb{L} = \{-\frac{2}{7}\}$ .

d) (2007 W2b)

Bestimmen Sie die Definitionsmenge und die Lösungsmenge der Gleichung:

$$\frac{24x^2 - 5x - 26}{(6x+4)(3x-2)} = \frac{4x-5}{3x-2} - \frac{2x+3}{2(3x+2)}$$

**Faktorisieren** der Nenner ergibt:

$$\frac{24x^2 - 5x - 26}{2(3x+2)(3x-2)} = \frac{4x-5}{3x-2} - \frac{2x+3}{2(3x+2)}$$

Man bestimmt den **Hauptnenner**  $2(3x+2)(3x-2)$  und die **Definitionsmenge**  $\mathbb{R} \setminus \{-\frac{2}{3}, \frac{2}{3}\}$  und berechnet:

$$\begin{aligned} & \frac{24x^2 - 5x - 26}{(6x+4)(3x-2)} = \frac{4x-5}{3x-2} - \frac{2x+3}{2(3x+2)} \\ \Rightarrow & \frac{(24x^2 - 5x - 26) \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{(3x+2)} \cdot \cancel{(3x-2)}}{\cancel{2} \cdot \cancel{(3x+2)} \cdot \cancel{(3x-2)}} \\ & = \frac{(4x-5) \cdot 2 \cdot \cancel{(3x+2)} \cdot \cancel{(3x-2)}}{\cancel{(3x-2)}} - \frac{(2x+3) \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{(3x+2)} \cdot \cancel{(3x-2)}}{\cancel{2} \cdot \cancel{(3x+2)}} \\ \Rightarrow & 24x^2 - 5x - 26 = 2(4x-5)(3x-2) - (2x+3)(3x-2) \\ \Rightarrow & 24x^2 - 5x - 26 = 24x^2 - 14x - 20 - 6x^2 - 5x + 6 \quad | \text{Sortieren} \\ \Rightarrow & 6x^2 + 14x - 12 = 0 \quad | :6 \\ \Rightarrow & x^2 + \frac{7}{3}x - 2 = 0 \end{aligned}$$

Mit der pq-Formel erhält man:

$$\begin{aligned} x_{1,2} &= -\frac{7}{6} \pm \sqrt{\frac{49}{36} + 2} = -\frac{7}{6} \pm \sqrt{\frac{49}{36} + \frac{72}{36}} = -\frac{7}{6} \pm \frac{11}{6} \\ \Rightarrow x_1 &= \frac{4}{6} = \frac{2}{3}, \quad x_2 = -\frac{18}{6} = -3 \end{aligned}$$

 $x_1$  liegt nicht in der Definitionsmenge, wohl aber  $x_2$ . Also ist  $\mathbb{L} = \{-3\}$ .